**Scheda di approfondimento. Teorema delle tre perpendicolari**

***A. Dimostrazione del teorema delle tre perpendicolari***

* Enunciato delteorema

*- Ipotesi*

* La retta PH è perpendicolare al piano α;
* *t* è una qualunque retta del piano α;
* HK è perpendicolare alla retta *t.*

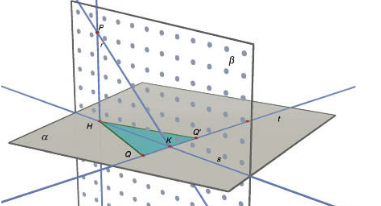
*- Tesi* da dimostrare

PK è perpendicolare alla retta *t.*

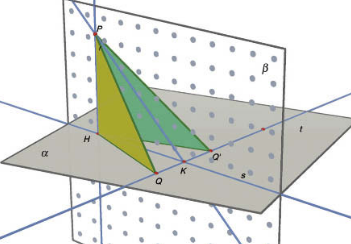
* Completa il seguente procedimento

**I.** Costruisci sulla retta t un punto Q, diverso da K, e il suo simmetrico Q’ rispetto a K

Il triangolo HQQ' è . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . Perciò HQ è congruente a . . . .



**II.** Disegna i triangoli PHQ e PHQ'

I due triangoli

- hanno l’angolo in H …….. perché …………………

……………………………………………………….

- il lato PH ……………………………………………

- HQ congruente a ………

Perciò i due triangoli sono ………………….

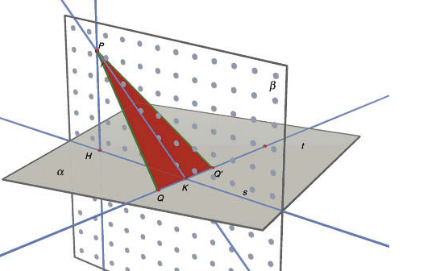
Quindi PQ è congruente a ……….

**III.** Infine costruisci il triangolo PQQ'.

Questo triangolo è ………………….;

perciò la mediana PK è anche ………………….

**Così hai dimostrato che la retta *t* è** ………………….**alla retta PK.**



***B. Problemi***

**1.** Il seguente teorema è una diretta conseguenza del teorema delle tre perpendicolari

* Enunciato delteorema

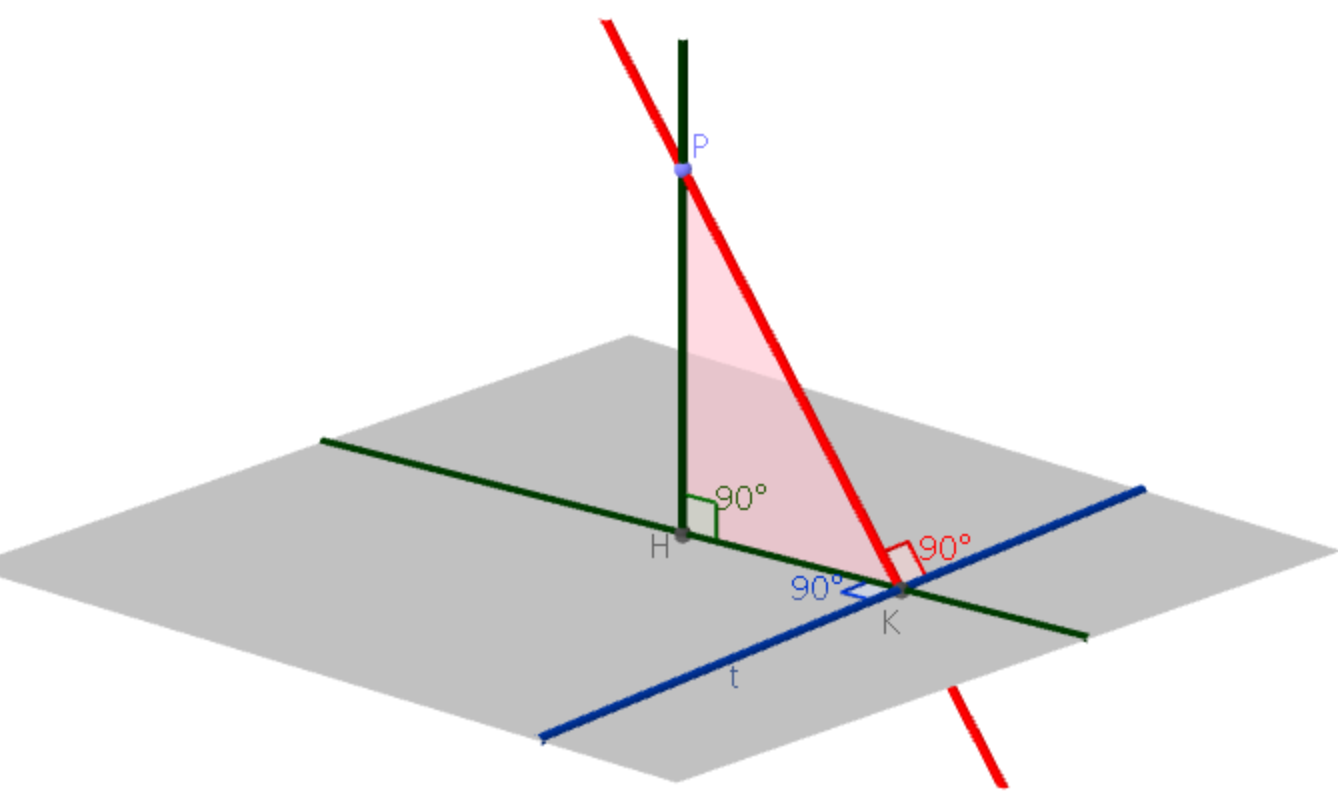
*- Ipotesi*

* La retta PH è perpendicolare al piano α;
* *t* è una qualunque retta del piano α;
* HK è perpendicolare alla retta *t.*

*- Tesi* da dimostrare

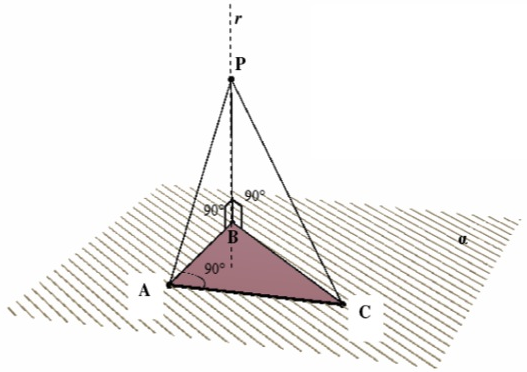
La retta *t* è perpendicolare al piano PHK*.*

*Osserva la figura e completa la dimostrazione.*



- La retta *t* è perpendicolare al piano PK se è perpendicolare a due rette del …………………

- Le due rette sono: ……………. e …………….

**2.** ABC è un triangolo rettangolo in A, *r* la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di *r* distinto da B. Dimostrare che sono rettangoli i tre triangoli PAB, PBC, PCA.   
 *Osserva la figura e completa il procedimento qui sotto.*

So che:

* ABC è rettangolo in A;
* il piano a contiene il triangolo ABC;
* la retta r è perpendicolare al piano a;
* P è un punto della retta r distinto da B.

Debbo dimostare che sono rettangoli i tre triangoli:

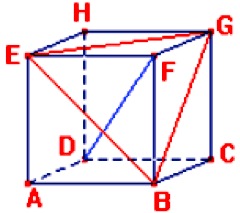
PAB, PBC, PCA

**I.** I due triangoli P B A e P B C sono rettangoli in B perché

…………………………………………………………………………………………………………

**II.** La retta AC è perpendicolare al piano PAB, per …………………………………………………

**III.** Laretta AC, dato che è perpendicolare al piano PAB, è perpendicolare in particolare alla retta ……., perciò è retto l’angolo ……...

**3.** Dimostra che la diagonale DF del cubo è perpendicolare al triangolo EGB (vedi figura a fianco).

**4.** Si provi che, nello spazio ordinario a tre dimensioni, il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre vertici di un triangolo rettangolo è la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il punto medio  
dell’ipotenusa.