

Funzioni definite per casi nella realtà

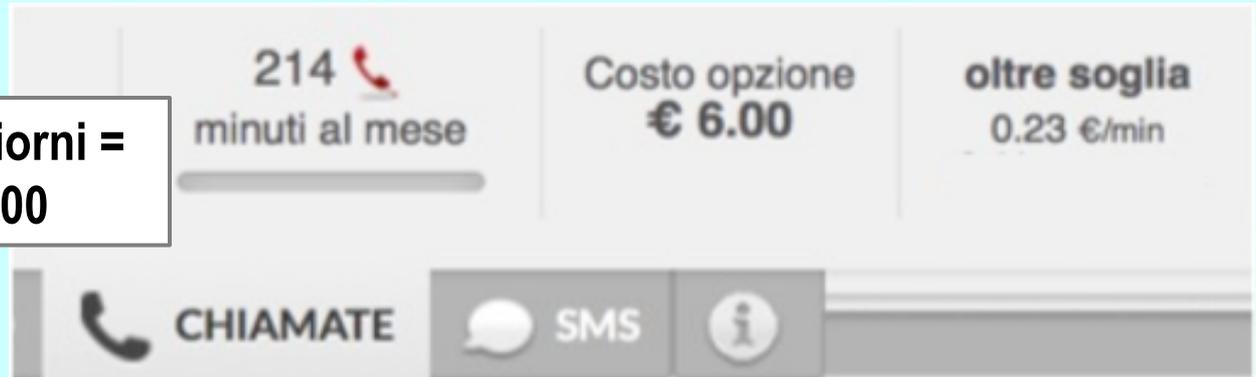


Descrivere in linguaggio matematico una funzione

**Descrivo in linguaggio matematico la
funzione che lega la tariffa telefonica
mensile y al variare del numero x di
minuti di telefonate in uscita.**

Tariffa telefonica mensile

Numero di minuti in 30 giorni =
= $30 \times 24 \times 60 = 43\,200$



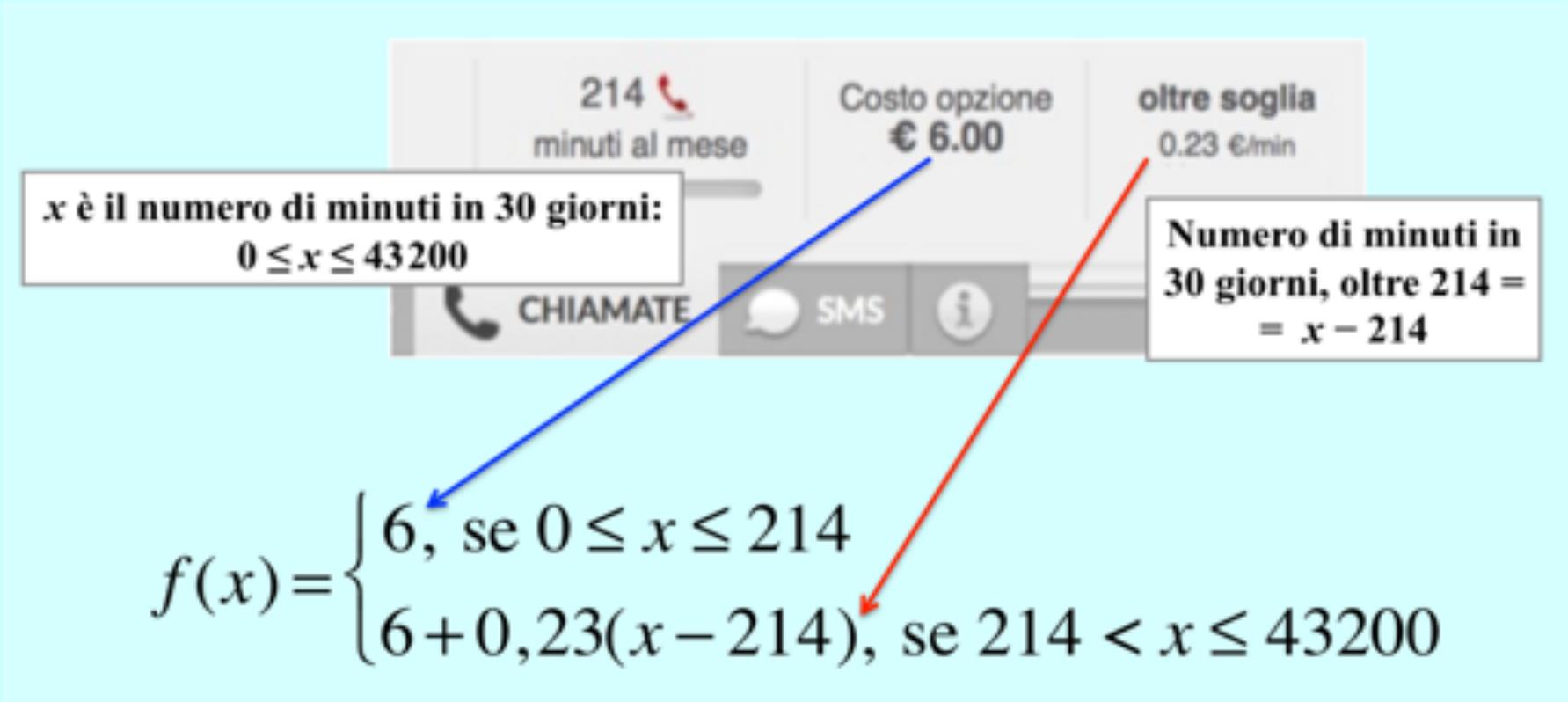
Quanti minuti al mese posso telefonare?

- al minimo 0; questo succede se pago la tariffa, e uso il telefono solo per ricevere telefonate.
- al massimo 43 200, se qualcuno telefona con questa tariffa giorno e notte.

Così ho trovato *il dominio* della funzione che descrive la tariffa y al variare del numero x di minuti di telefonate in uscita.

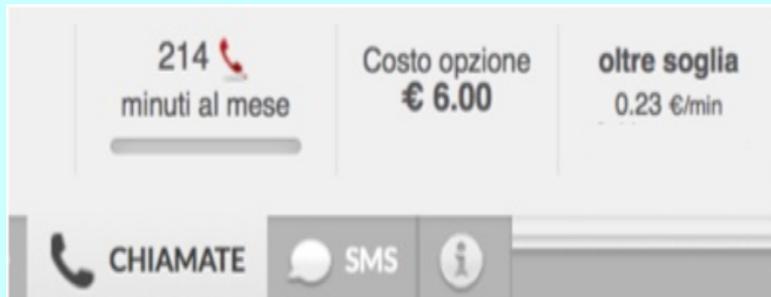
$$0 \leq x \leq 43\,200$$

Funzione $f(x)$ che descrive la tariffa telefonica mensile



Qual è il grafico di questa funzione?

Grafico di $f(x)$



x è il numero di minuti in 30 giorni:
 $0 \leq x \leq 43200$

$$f(x) = \begin{cases} 6, & \text{se } 0 \leq x \leq 214 \\ 6 + 0,23(x - 214), & \text{se } 214 < x \leq 43200 \end{cases}$$

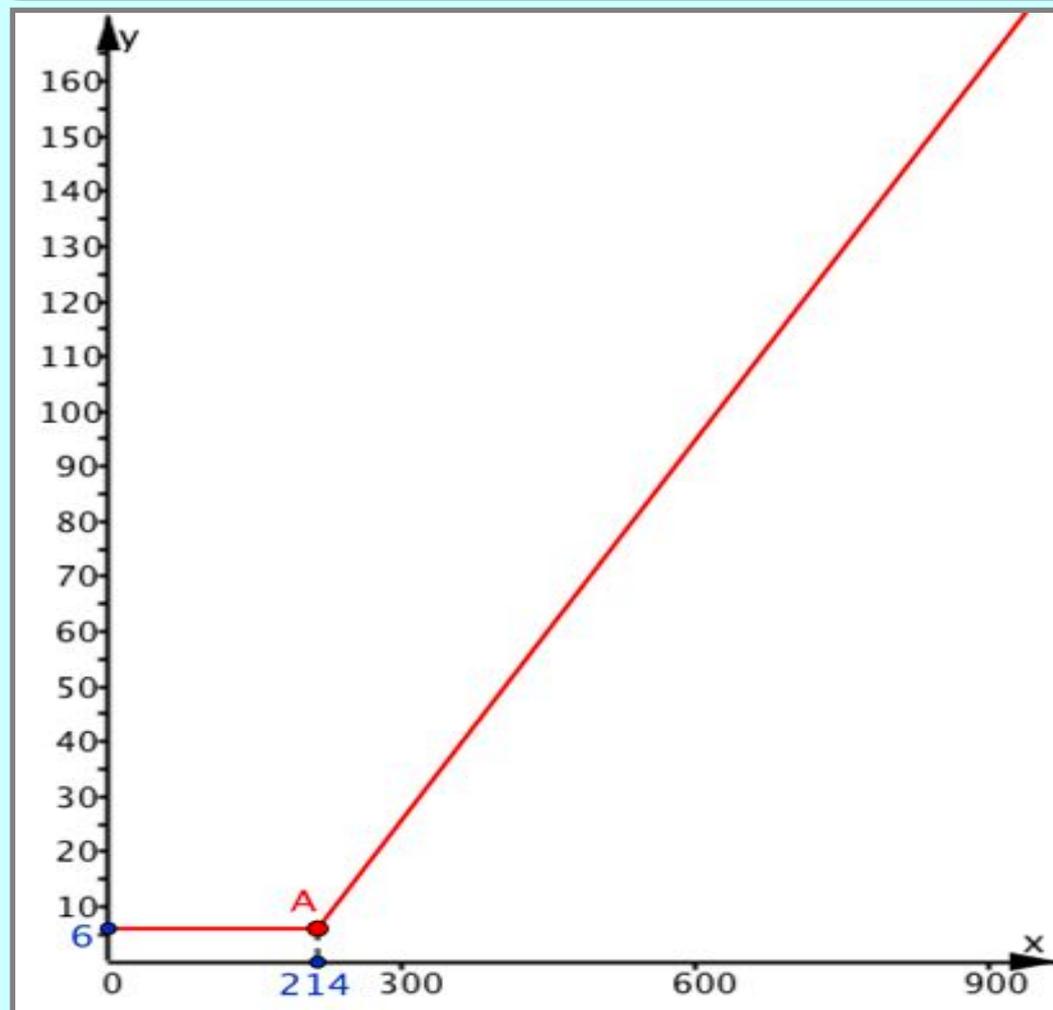


Grafico disegnato ben visibile
nel 'ragionevole' intervallo

$$0 \leq x \leq 900$$

(900 minuti al mese sono 30
minuti al giorno di telefonate)

Il linguaggio matematico

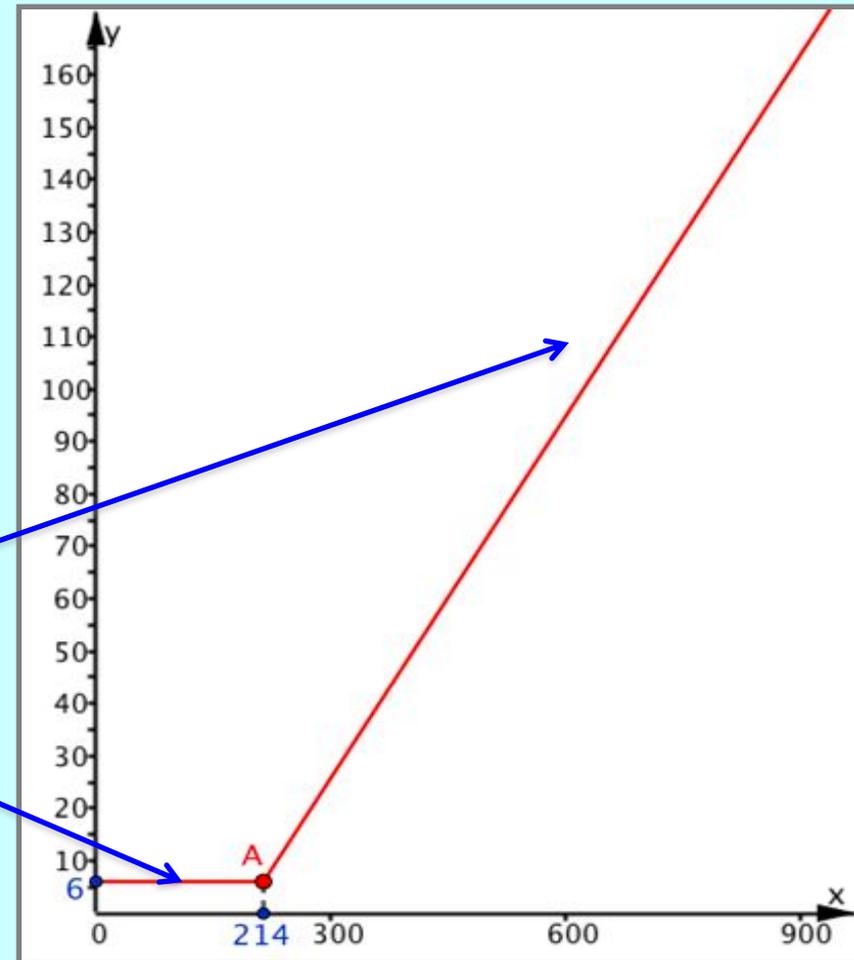
$f(x)$ è un esempio di *funzione definita per casi*, detta anche *funzione definita a tratti*.

$$f(x) = \begin{cases} 6, & \text{se } 0 \leq x \leq 214 \\ 6 + 0,23(x - 214), & \text{se } 214 < x \leq 43200 \end{cases}$$

La funzione è definita in modo diverso nei vari tratti del dominio; trovo infatti:

- $y = 6 + 0,23(x - 214)$
solo nel tratto $214 < x \leq 43200$

- $y = 6,$
solo nel tratto $0 \leq x \leq 214;$



Attività

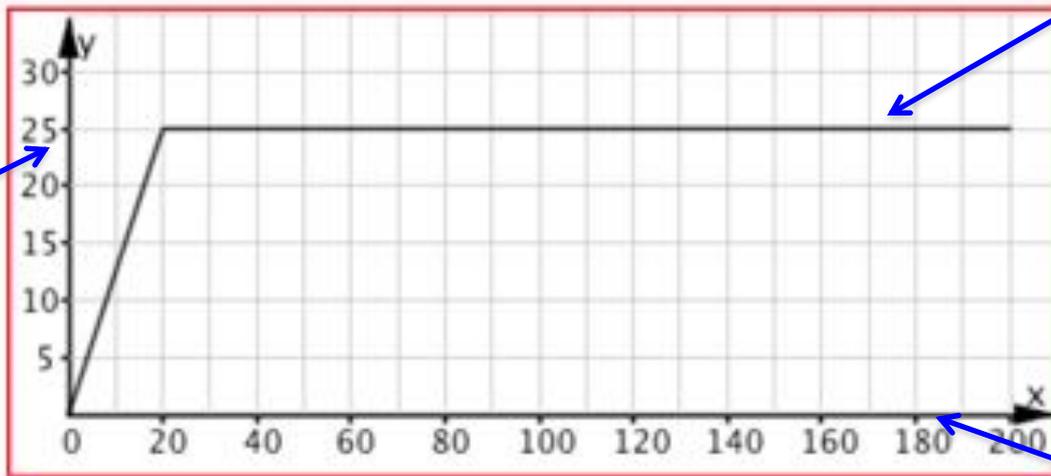
Completa la scheda di lavoro per esaminare altre funzioni definite per casi tratte dalla realtà.

Che cosa hai trovato?

Problema 1

Quesito a

1. Il grafico qui sotto rappresenta la *velocità* y di un'auto, al variare del *tempo* x . Rispondi alle seguenti domande:
- a. Quale delle seguenti situazioni è visualizzata dal grafico? **D**
- A. L'auto percorre 20 metri in 25 secondi, poi si ferma.
 - B. L'auto procede alla velocità costante di 25m/s.
 - C. L'auto parte da ferma e accelera per 20 secondi fino ad arrivare alla velocità di 25m/s. Poi mantiene la stessa velocità.
 - D. L'auto parte da ferma e accelera per 20 secondi fino ad arrivare alla velocità di 90km/h = 25m/s. Poi mantiene la stessa velocità per altri 3 minuti = 180 secondi.



Velocità

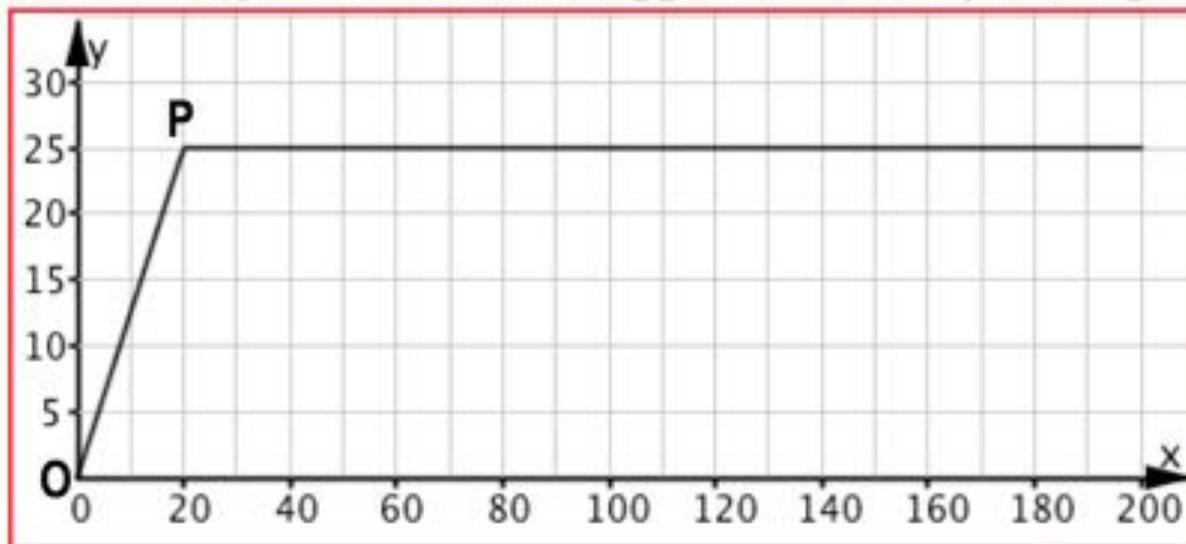
Velocità 25m/s
solo se risulta
 $20 < x \leq 200$

Tempo

Problema 1

Quesito b

b. Quale delle seguenti funzioni è rappresentata dal grafico qui sotto? **B**



$$\text{Pendenza } m \text{ di OP}$$
$$m = \frac{25}{20} = 1,25$$

$$A. f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 25, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

$$B. f(x) = \begin{cases} 1,25x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 25, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

$$C. f(x) = \begin{cases} 1,25x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 0, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

$$D. f(x) = \begin{cases} 5 + x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 20, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

Problema 1

Quesiti c, d

c. Qual è la velocità dell'auto dopo 10 secondi? $1,25 \cdot 10 = 12,5$

$$B.f(x) = \begin{cases} 1,25x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 25, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

d. Qual è la velocità dell'auto dopo 40 secondi? **25**

Problema 2

Quesiti a, b, c

2. Una tassa progressiva in Italia si paga con le seguenti modalità.

Reddito da tassare (in migliaia di euro)	Fino a 15	Da 15,001 a 28	Da 28,001 a 55	Da 55,001 a 75	Oltre 75
Aliquota da pagare	23%	27%	38%	41%	43%

a. Quale fra le funzioni qui sotto descrive correttamente la tassa? **G**

$$E.f(x) = \begin{cases} 0,23 + x, & \text{se } x \leq 15 \\ 0,27 + x, & \text{se } 15 < x \leq 28 \\ 0,38 + x, & \text{se } 28 < x \leq 55 \\ 0,41 + x, & \text{se } 55 < x \leq 75 \\ 0,43 + x, & \text{se } x > 75 \end{cases}$$
$$F.f(x) = \begin{cases} 0,23x, & \text{se } x \leq 15 \\ 0,27x, & \text{se } 15 < x < 28 \\ 0,38x, & \text{se } 28 \leq x < 55 \\ 0,41x, & \text{se } 55 \leq x \leq 75 \\ 0,43x, & \text{se } x < 75 \end{cases}$$
$$G.f(x) = \begin{cases} 0,23x, & \text{se } 0 \leq x \leq 15 \\ 0,27x, & \text{se } 15 < x \leq 28 \\ 0,38x, & \text{se } 28 < x \leq 55 \\ 0,41x, & \text{se } 55 < x \leq 75 \\ 0,43x, & \text{se } x > 75 \end{cases}$$
$$H.f(x) = \begin{cases} 0,23 - x, & \text{se } 0 \leq x \leq 15 \\ 0,27 - x, & \text{se } 15 < x \leq 28 \\ 0,38 - x, & \text{se } 28 < x \leq 55 \\ 0,41 - x, & \text{se } 55 < x \leq 75 \\ 0,43 - x, & \text{se } x > 75 \end{cases}$$

b. Quale tassa deve pagare chi ha un reddito di 20 000 euro? **$0,27 \cdot 20\,000 = 5\,400$**

c. Un industriale che deve pagare l'aliquota del 38% ha pagato 15 000 euro di tassa; qual era il reddito x da tassare? **$0,38x = 15000$ da cui $x \approx 39\,473,7$**

Problema 3

Quesito a

Guarda il video *2a.Funz_casi_Geogebra* e disegna con Geogebra tutte le funzioni elencate nel quesito b del problema 1.



$$A. f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 25, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

Se $[0 < x \leq 20, x, 20 < x \leq 200, 25]$



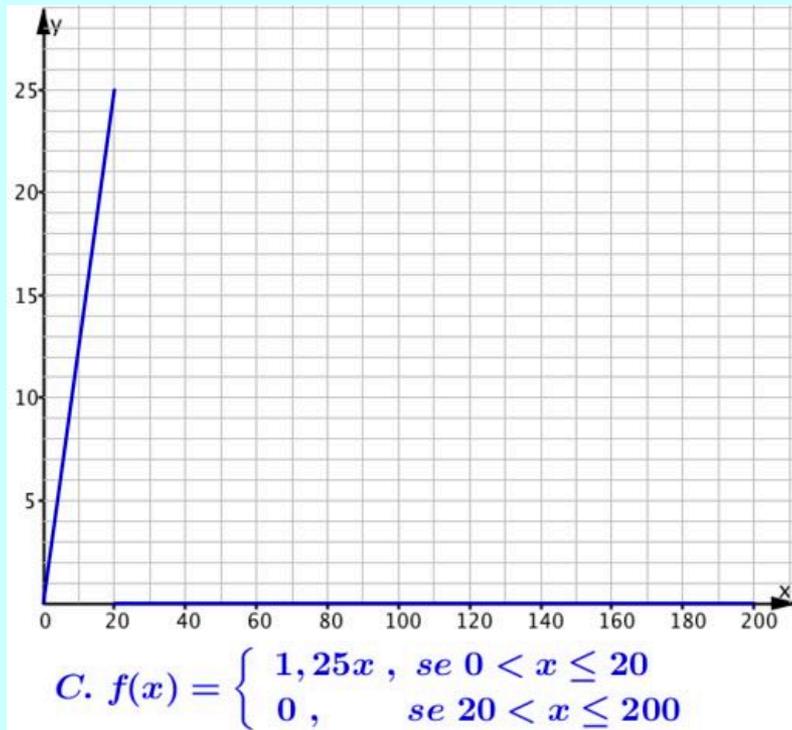
$$B. f(x) = \begin{cases} 1,25x, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 25, & \text{se } 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

Se $[0 < x \leq 20, 1.25x, 20 < x \leq 200, 25]$

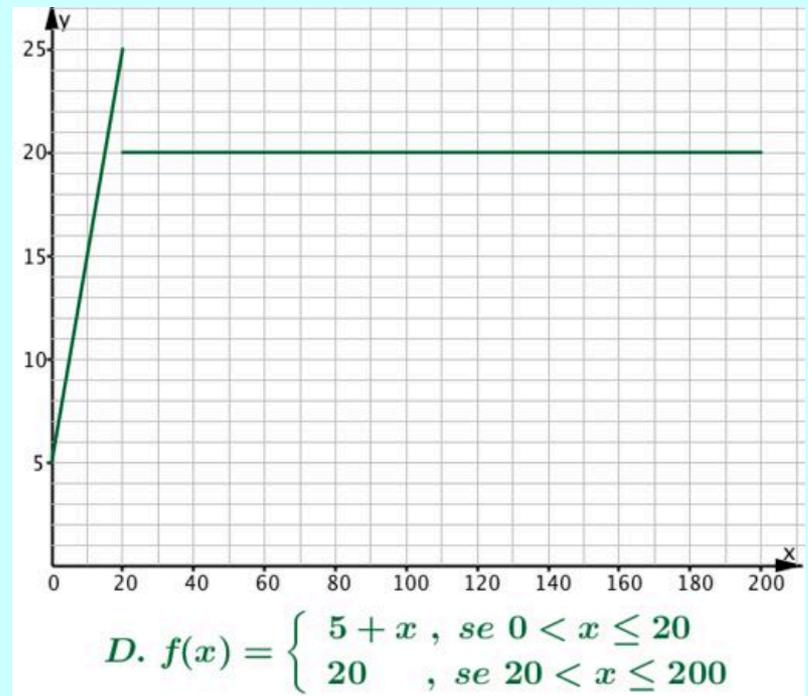
Problema 3

Quesito a

Guarda il video *2a.Funz_casi_Geogebra* e disegna con Geogebra tutte le funzioni elencate nel quesito b del problema 1.



Se $[0 < x \leq 20, 1.25x, 20 < x \leq 200, 0]$

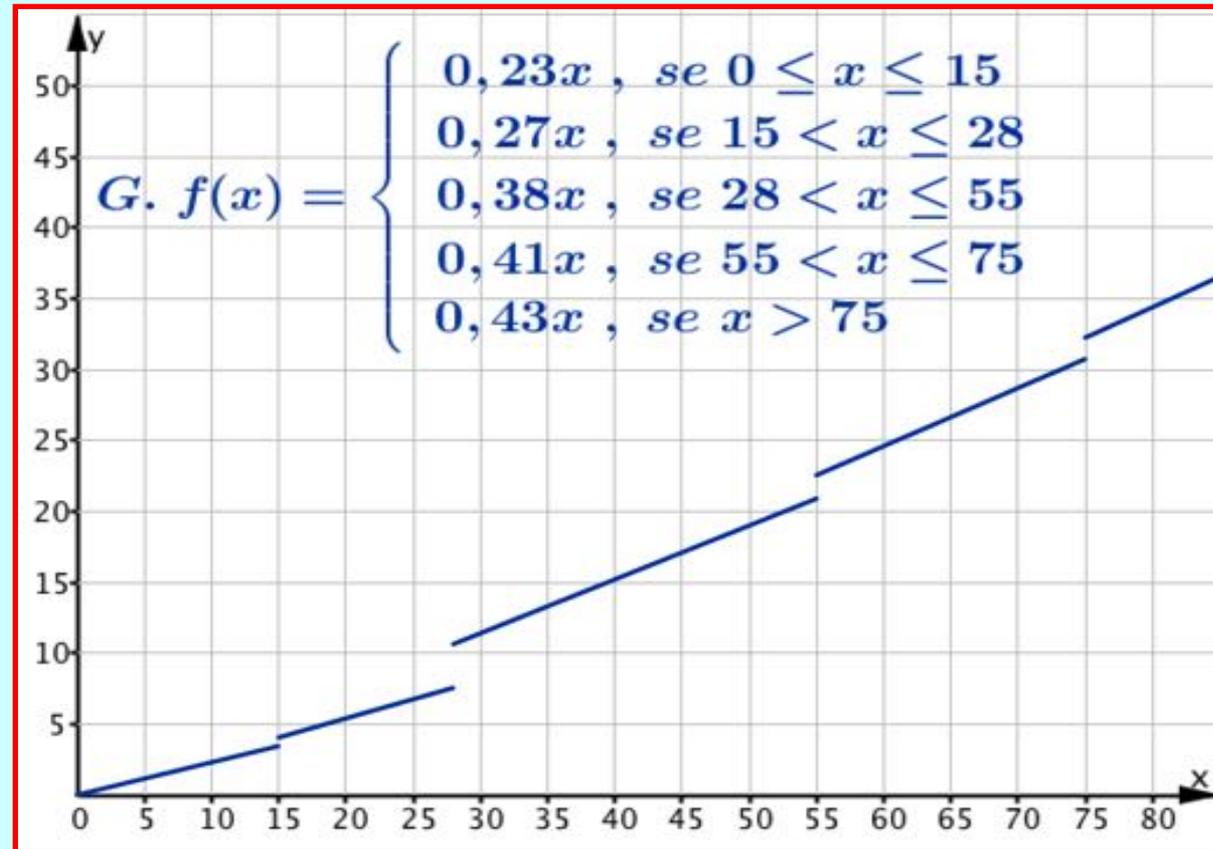


Se $[0 < x \leq 20, 5+x, 20 < x \leq 200, 20]$

Problema 3

Quesito b

Disegna con Geogebra la funzione scelta nel quesito a del problema 2.



Se $[0 \leq x \leq 15, 0.23x, 15 < x \leq 28, 0.27x, 28 < x \leq 55, 0.38x, 55 < x \leq 75, 0.41x, x > 75, 0.43x]$