

Funzioni inverse e radici

Un'attività

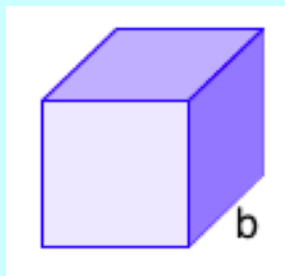
Lavora con la scheda per rivedere e completare quello che già sai.

Due punti fondamentali del tuo lavoro

- **Problemi sul volume del cubo affrontati molte volte nella storia dell'umanità.**
- **Linguaggio e simboli matematici per organizzare la risoluzione di problemi**

Rivediamo e ampliamo alcune tappe significative di questo percorso

Problemi sul volume V del cubo



$$V = b^3$$

Entra $b = x$ ed esce $V = y$

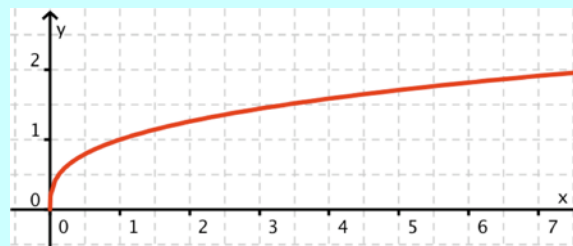
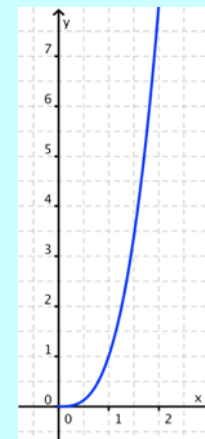
$$y = x^3$$

Entra $V = x$ ed esce $b = y$

$$x = y^3$$

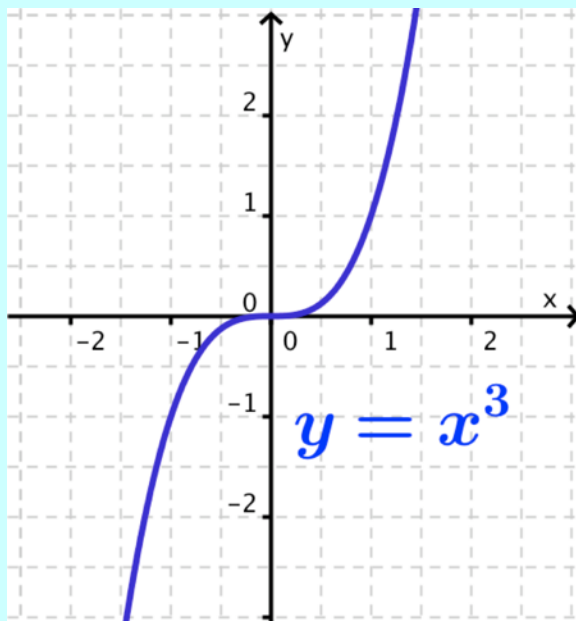
Si esplicita y con un simbolo diffuso in Europa a partire dalla fine del 1400.

$$y = \sqrt[3]{x}$$



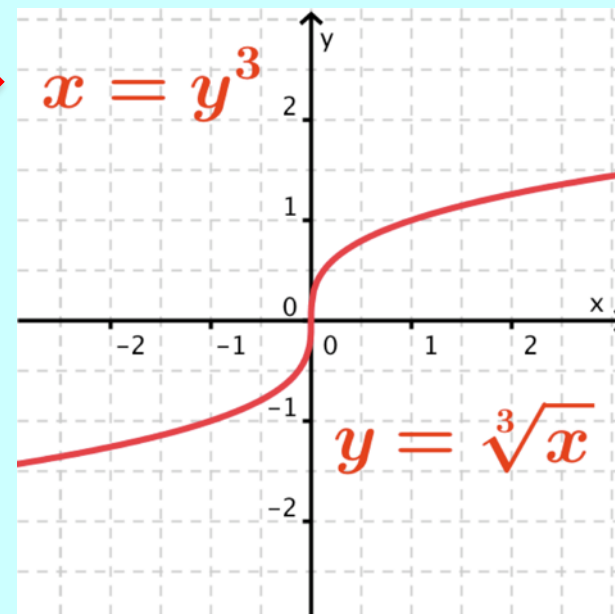
Dal problema geometrico lato b e volume V positivi

Dal cubo alla geometria analitica



Dominio sottinteso:
insieme R dei numeri reali

Scambio x con y



Dominio sottinteso:
insieme R dei numeri reali

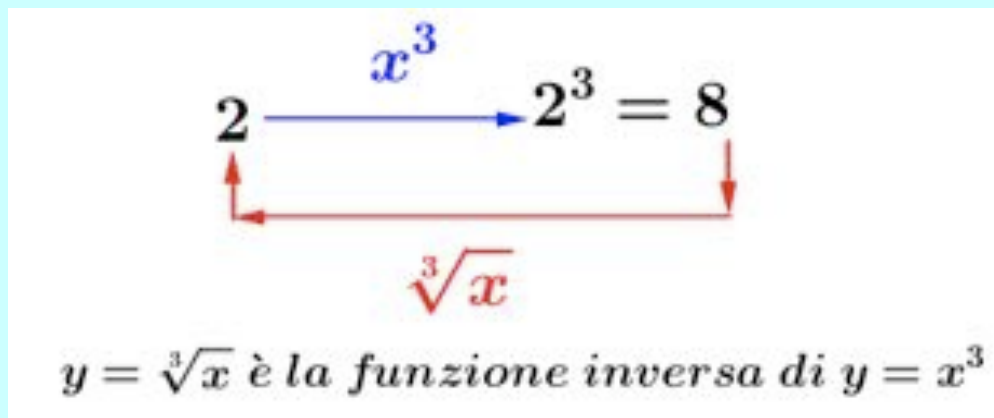
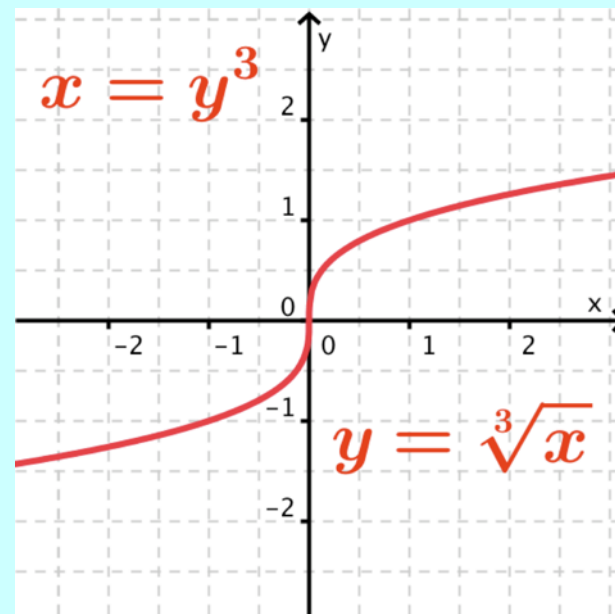
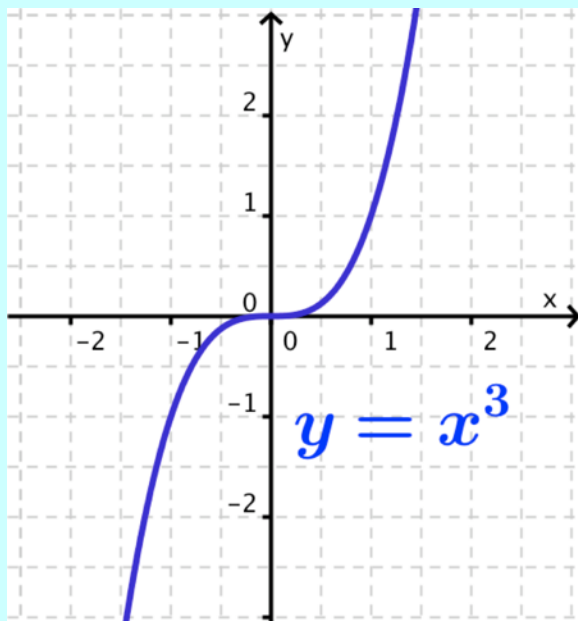
Simboli e linguaggio

$\sqrt[3]{-8}$ indica il numero che, elevato al cubo, dà come potenza -8.

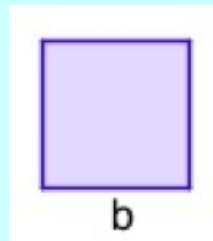
Da $x^3 = -8$ si ricava $x = \sqrt[3]{-8}$

Si scrive anche $\sqrt[3]{-8} = -2$

Dal cubo alla funzione inversa



Riprendiamo i problemi sull'area S del quadrato



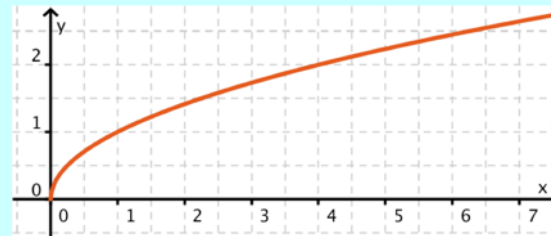
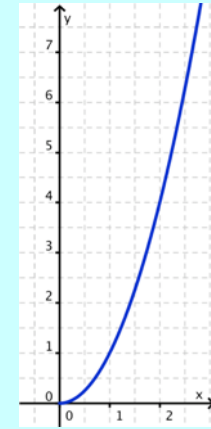
$$S = b^2$$

Entra $b = x$ ed esce $S = y$
 $y = x^2$

Entra $S = x$ ed esce $b = y$
 $x = y^2$

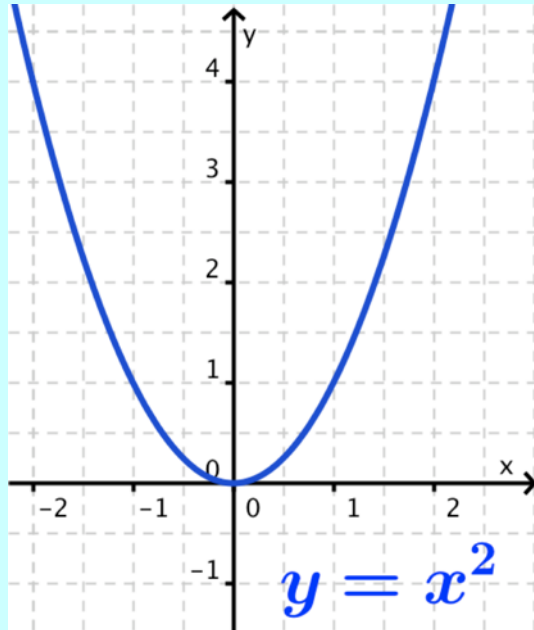
Si esplicita y con un simbolo diffuso in Europa a partire dalla fine del 1400.

$$y = \sqrt{x}$$



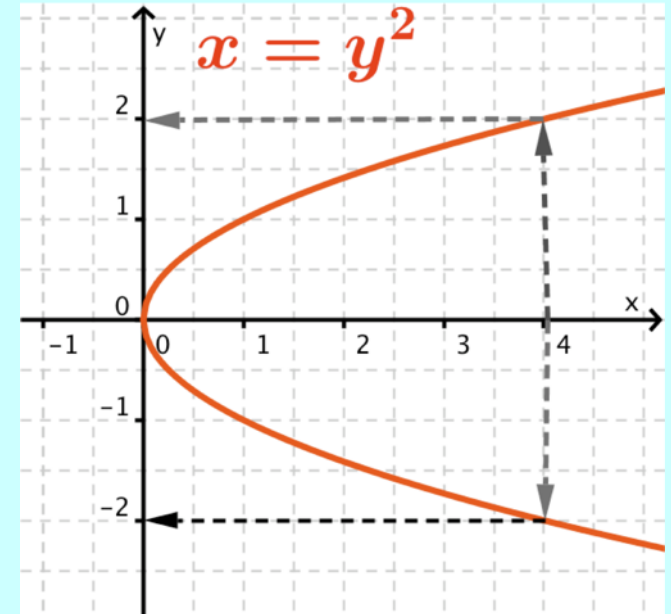
Dal problema geometrico lato b e area S positivi

Dal quadrato alla geometria analitica



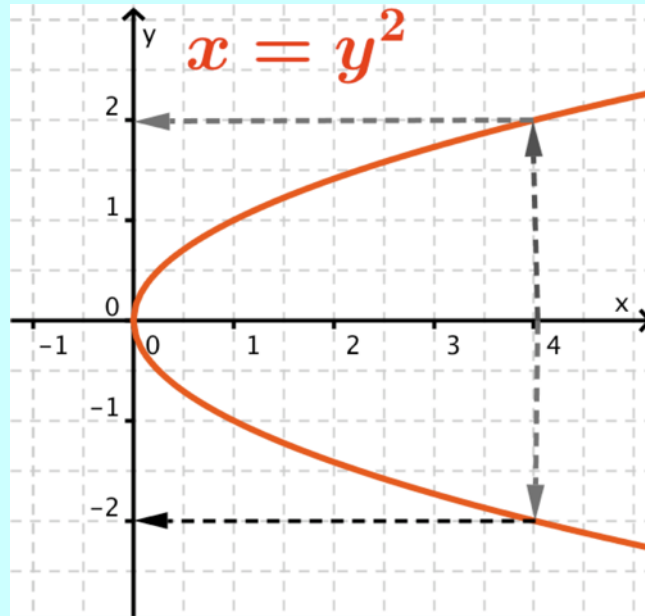
**Dominio sottinteso:
insieme R dei numeri reali**

Scambio x con y



**Non è il grafico di una
sola funzione!**

Dal quadrato alla radice quadrata



**Non è il grafico
di una funzione!**

Problema storico

Già gli antichi babilonesi calcolano radici quadrate, ma solo durante il 1600 i matematici europei lavorano stabilmente con i numeri negativi.

Come accordare le 'vecchie' radici quadrate con i 'nuovi' numeri negativi?

Dal quadrato alla radice quadrata

Qual è la radice quadrata di 4?

2 -2 ± 2 ??

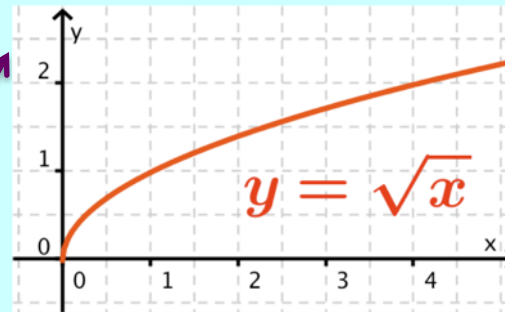
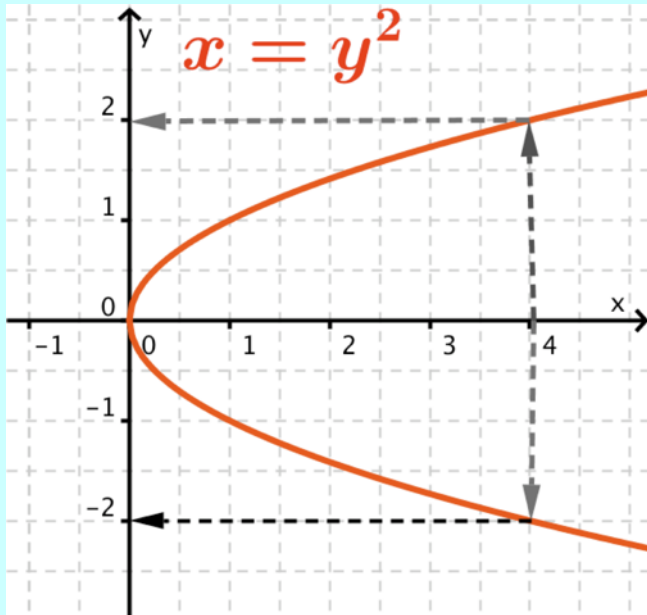
Sui libri ho trovato diverse formule:

$$\sqrt{4} = \pm 2 \quad \sqrt{4} = 2 \quad \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

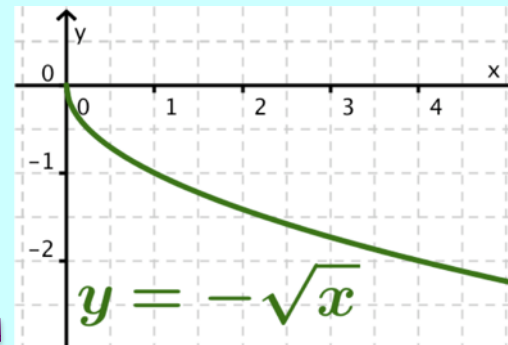
Queste formule sono tutte coerenti con la definizione di funzione condivisa oggi dalla comunità scientifica internazionale?

Coerenza con la più recente definizione di funzione

Per descrivere la curva d'equazione $x = y^2$
occorrono **due funzioni**



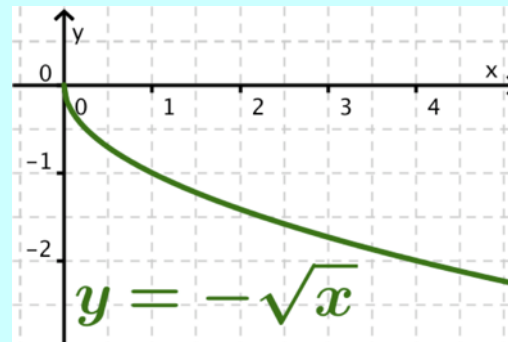
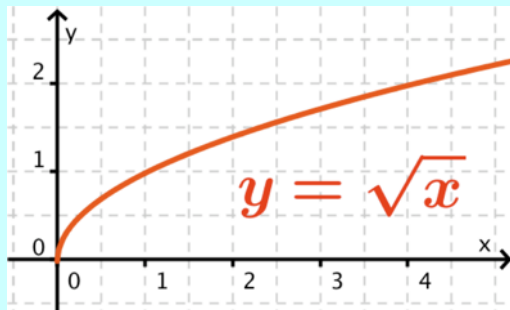
Dominio: insieme \mathbb{R}^+
Codominio: insieme \mathbb{R}^+



Dominio: insieme \mathbb{R}^+ ;
Codominio: insieme \mathbb{R}^-

Dominio e codominio indicati qui sopra sono sottintesi se ogni funzione è descritta dalla sola formula.

Definizioni e simboli *coerenti* con la più recente definizione di funzione



La radice quadrata di 4 è il numero positivo che, elevato al quadrato, dà come potenza 4.

Se risolvo l'equazione $x^2 = 4$ ottengo due soluzioni:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{4} = 2 \\ x = -\sqrt{4} = -2 \end{cases}$$

Scrivo

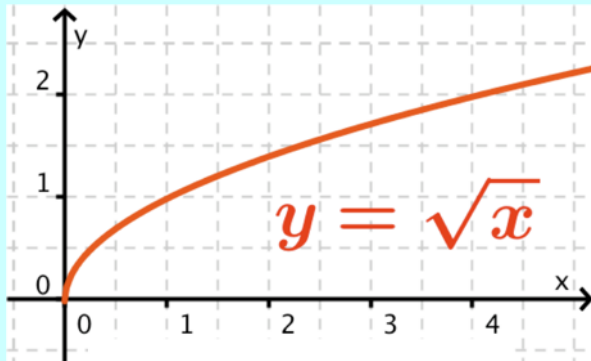
$$\sqrt{4} = 2$$

$$-\sqrt{4} = -2$$

$$\pm\sqrt{4} = \pm 2$$

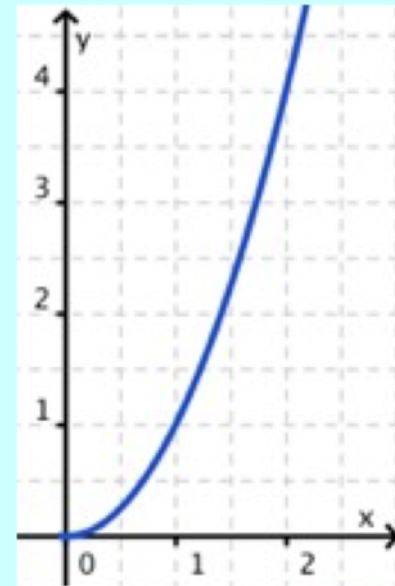
$$\text{NO } \sqrt{4} = \pm 2$$

Dal quadrato alla funzione inversa

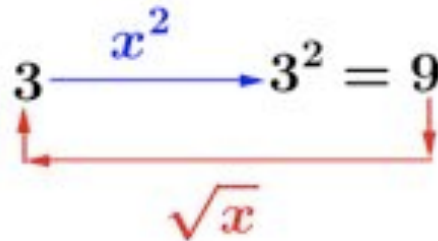


$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ \text{Dominio: } \mathbb{R}^+ \\ \text{Codominio: } \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

È la funzione inversa di



$$\begin{cases} y = x^2 \\ \text{Dominio: } \mathbb{R}^+ \\ \text{Codominio: } \mathbb{R}^+ \end{cases}$$



Un'attività

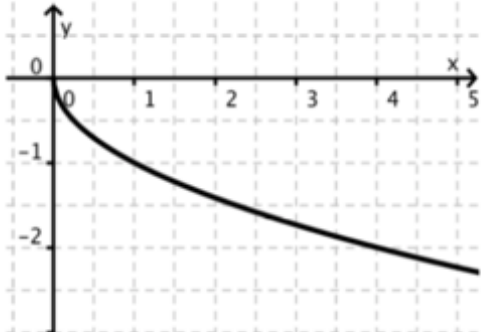
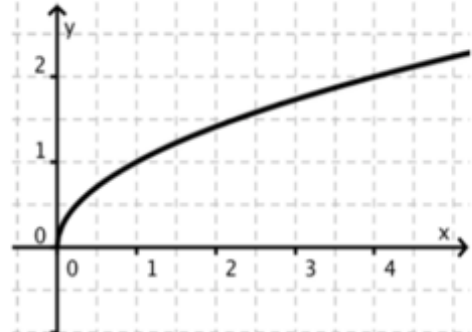
Completa gli esercizi per consolidare quello che hai imparato

Riflessioni sugli esercizi

Descrivere funzioni

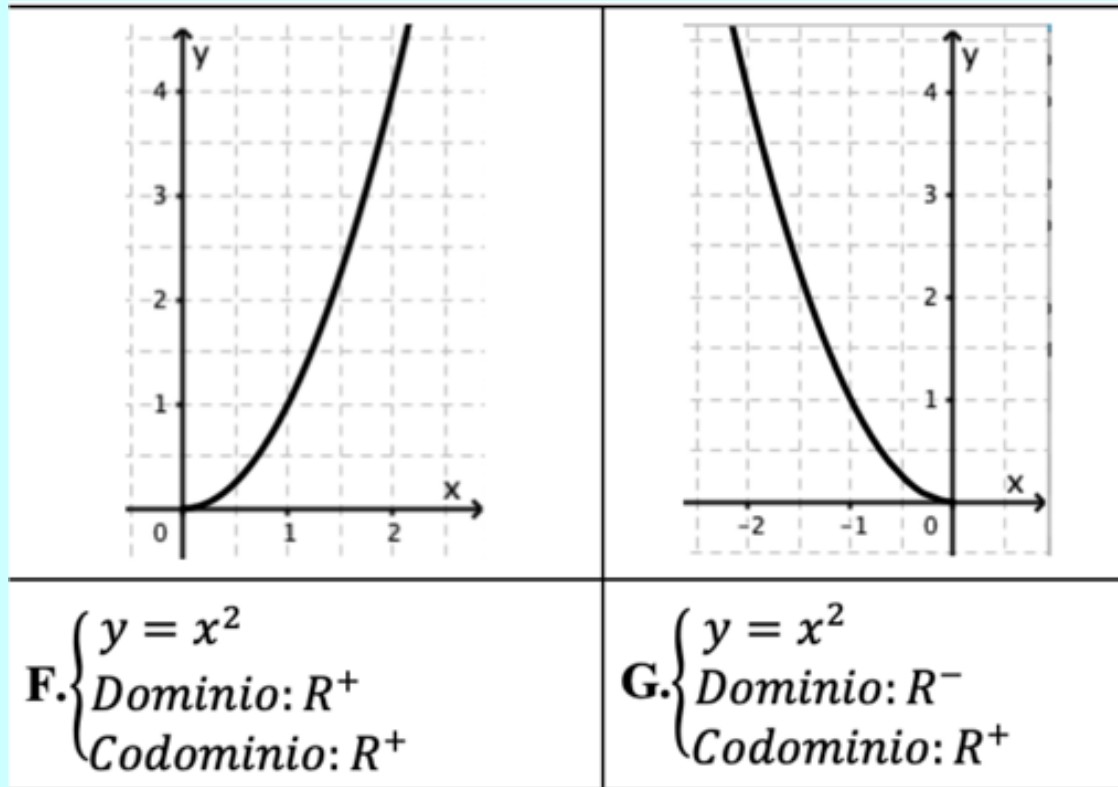
Il primo esercizio ricorda alcune funzioni che si possono descrivere in due modi:

- solo con una formula,
- con una formula accompagnata da dominio e codominio.

	
A. $y = -\sqrt{x}$	B. $y = \sqrt{x}$
E. $\begin{cases} y = -\sqrt{x} \\ \text{Dominio: } \mathbb{R}^+ \\ \text{Codominio: } \mathbb{R}^- \end{cases}$	D. $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ \text{Dominio: } \mathbb{R}^+ \\ \text{Codominio: } \mathbb{R}^+ \end{cases}$

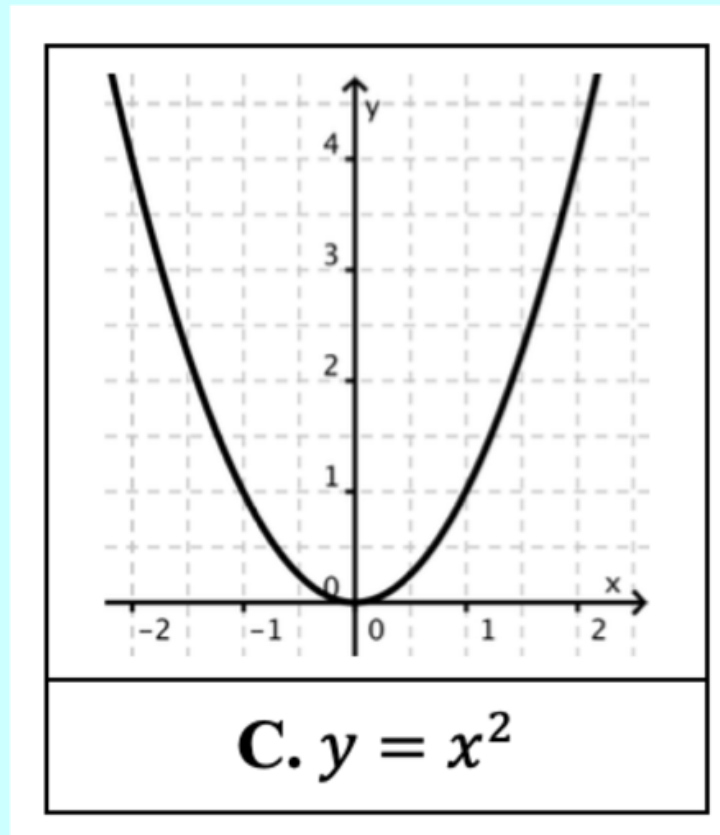
Descrivere funzioni

Ma nel primo esercizio hai trovato anche due funzioni che richiedono di esplicitare dominio e codominio.



Descrivere funzioni

Se scrivo solo la formula $y = x^2$ sottintendendo come dominio l'insieme \mathbb{R} dei reali.



Frasi e formule

Formule o frasi	Correzioni	Perché bisogna correggere?
$\sqrt{-9} = -3$	Non posso calcolare $\sqrt{-9}$	Otengo \sqrt{x} solo se $x \geq 0$ (grafico)
$-\sqrt{-9} = 3$	Non posso calcolare $-\sqrt{-9}$	Otengo $-\sqrt{x}$ solo se $x \geq 0$ (grafico)
$\sqrt{9} = \pm 3$	$\sqrt{9} = 3$	\sqrt{x} è solo il numero positivo, che, elevato al quadrato, dà come potenza x
$\sqrt[3]{27} = \pm 3$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{x}$ ha lo stesso segno di x (grafico)
Non posso calcolare $\sqrt[3]{-27}$	$\sqrt[3]{-27} = -3$	

