

Verifica sulle proprietà dei logaritmi

A. Rispondi ai seguenti quesiti

1. È dato $\log 2 \cong 0,3$; applica le definizioni di potenza ad esponente intero e razionale, insieme con la proprietà del logaritmo di una potenza, per determinare, senza usare la calcolatrice, i logaritmi assegnati qui sotto.

Logaritmo da calcolare	Procedimento	Risultato
$\log 16$	$\log 16 = \log 2^4 = 4\log 2 \cong 4 \cdot 0,3$	$\log 16 \cong 1,2$
$\log \frac{1}{2}$	$\log \frac{1}{2} = \log \dots = \dots \cong \dots$	
$\log \frac{1}{16}$	$\log \frac{1}{16} = \dots = \dots \cong \dots$	
$\log \sqrt[3]{16}$	$\log \sqrt[3]{16} = \dots = \dots \cong \dots$	
$\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$	$\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = \dots = \dots \cong \dots$	

2. È dato $\log 32 \cong 1,5$; applica le proprietà del logaritmo di un prodotto o di un quoziente e completa la seguente tabella per determinare, senza usare la calcolatrice, i logaritmi dati qui sotto.

Logaritmo	Procedimento	Risultato
$\log 3,2$	$\log 3,2 = \log(32 : 10) = \log 32 - \log 10 \cong \dots$	$\log 3,2 \cong \dots$
$\log 0,32$	$\log 0,32 = \dots = \dots \cong \dots$	
		$\dots \cong 2,5$
$\log 16 + \log 2$		
$\log 96 - \log 3$		

3. Fra le seguenti uguaglianze scegli quelle corrette (C) e correggi quelle sbagliate (S).

Espressione	C/S	Correzione
$\log a + \log b = \log(a + b)$		
$\log(a : b) = \log a : \log b$		
$\log x : y = \frac{1}{y} \log x$		
$x \log b = b^x$		
$\log x : 3 = \log \frac{x}{3}$		
$10^{x \log a} = a^x$		

B. Completa la tabella seguente per scrivere le proprietà dei logaritmi indicate qui sotto

Logaritmo del prodotto	Logaritmo del quoziente
Logaritmo di una potenza	Cambiamento di base

C. Risolvi i seguenti quesiti

4. Applica tutte le proprietà dei logaritmi e completa la seguente tabella per determinare il risultato dei calcoli assegnati, senza usare la calcolatrice tascabile.

Espressione da calcolare	Procedimento	Risultato
$\log_7 25 \cdot \log_5 7$		
$\log_a b^2 \cdot \log_b a$		
$\log_5 \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{5}} 2$		
$\log_b \frac{1}{x} - \log_{\frac{1}{b}} x$		

D. Risolvi il seguente problema

5. Per misurare l'intensità della sensazione prodotta da un suono si applica la formula:

$$S = 10 \log(10^{12} P) \quad (\log x = \log_{10} x)$$

dove S è la misura in *decibel* dell'*intensità della sensazione udita* e P è una misura della *potenza trasmessa dall'onda sonora*, misurata in W/m^2 .

- Giovanni suona la batteria e produce un'onda sonora che trasmette una potenza $P=10^{-3} \text{ W/m}^2$; quanto vale, in decibel, la sensazione sonora corrispondente?
- Stefania suona in casa una chitarra elettrica, che produce un suono intenso 70 decibel; quanto vale la potenza trasmessa dall'onda sonora?
- Insieme a Stefania viene a suonare Luca, che produce anche lui un suono intenso 70 decibel; quanti decibel misura la sensazione sonora complessiva prodotta?
- Scrivi una formula generale per misurare, in decibel, l'intensità S_3 della sensazione udita quando suonano contemporaneamente due strumenti musicali che producono le sensazioni S_1 e S_2 .
