Equazione della tangente al grafico di una funzione. Problemi

A. Due procedimenti per risolvere un problema.

Scrivi l'equazione della tangente t_A alla parabola $y = 2x^2 + x - 1$ nel suo punto A di ascissa 1.

- Calcolo y_A = ……………………….= …… e quindi A(1, …)
- Scrivo l'equazione del fascio di rette di centro A: $y -$ …… $= m\,(x - 1)$ ossia $y =$ …………

Continua ora a seguire i due procedimenti possibili:

I. Con la geometria analitica

Per determinare le intersezioni di ogni retta del fascio con la parabola risolvo il sistema

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ y = \text{...............} \end{cases} \quad \text{metodo di sostituzione} \quad \begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + x - 1 = \text{...............} \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + (1 - m)x\text{........} = 0\,* \end{cases}$$

Per individuare, tra tutte le rette del fascio, la tangente t_A scelgo m in modo che l'equazione (*) abbia due soluzioni coincidenti e cioè abbia il discriminante $\Delta = 0$.

$\Delta = (1 - m)^2 -$ ……….. ..= ………………..= (…………)$^2 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2 =$ ……

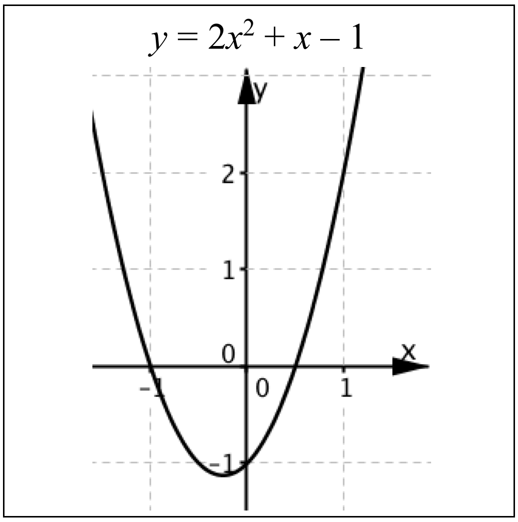
II. Con le derivate

$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow f'(x) =$ ……….. $\Rightarrow f'(1) =$ ………. = …..

Con entrambi i procedimenti hai trovato che la pendenza della tangente è $\mathbf{m}$ = …….

Perciò l'equazione della tangente è $y -$ …… = …. $(x - 1)$ ossia $y =$ …………..

Completa la figura qui sotto con il punto A e il grafico della tangente.



Riflessioni sul problema

Nel caso della parabola la derivata porta al risultato con il minor numero di passaggi e quindi dà una minore probabilità di commettere errori.

Situazioni analoghe si presentano spesso in matematica nel risolvere un problema: la difficoltà di calcolo è legata al procedimento scelto. Quindi, quando un procedimento porta a calcoli molto lunghi e complicati, è consigliabile fermarsi e cercare un procedimento più agevole.

B. Altri problemi

1. È data la curva, grafico della funzione $f(x) = -x^3 + x + 9$ risolvi i seguenti quesiti:

  a. scrivi l'equazione della retta t_A, tangente alla curva nel suo punto A di ascissa 0;
  b. scrivi l'equazione della retta t_B, tangente alla curva nel suo punto B di ascissa 1;
  c. determina le coordinate del punto C, intersezione delle due tangenti.

2. Dimostra che il grafico della funzione $y = x\sin(x)$ è tangente alla retta $y = x$ quando $\sin(x) = 1$ ed è tangente alla retta $y = -x$ quando $\sin(x) = -1$. (*Quesito dato all'Esame di Stato 2005*).