

2 - PRIMI PASSI TRA LE DERIVATE

2.1 Infinitesimi e derivate

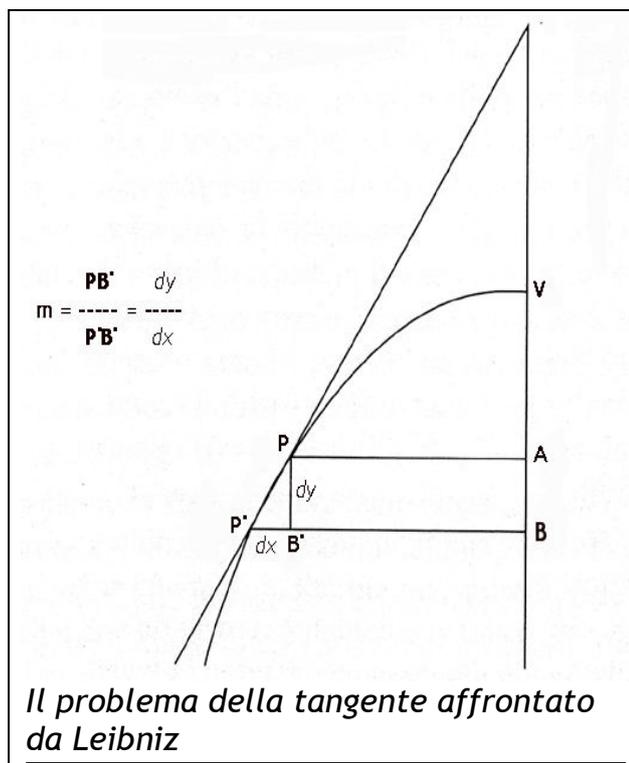
La soluzione più generale del problema della tangente (e quindi anche della velocità istantanea) è quella dovuta a Leibniz che per questo introduce due concetti nuovi, quello di infinitesimo (o quantità infinitamente piccola) e quello di derivata. Contemporaneamente a Leibniz, Isaac Newton sviluppò un metodo del tutto equivalente basato sui concetti di *fluente* e di *flussione*. Poiché nella matematica si è imposta la notazione di Leibniz, è a questa che faremo riferimento d'ora in poi.

L'idea di fondo è quella di vedere la tangente non più come la retta che *tocca* una curva in un solo punto, ma come la retta che passa per due punti *infinitamente vicini*. In questo modo la tangente viene ad essere simile alla secante; entrambe intersecano la curva in due punti, per la secante si tratta di due punti a distanza finita, per la tangente di due punti a distanza infinitesima.

Ma cosa vuol dire distanza *infinitesima* o numero *infinitesimo*? Per Leibniz si tratta di un numero diverso da zero e

al tempo stesso minore di ogni numero reale $1/N$.

Ma tra i numeri reali non esiste alcun numero con queste caratteristiche; Leibniz quindi di fatto introduce un nuovo



insieme di numeri, i numeri *infinitesimi* appunto.

La definizione può apparire strana ma di fatto questi nuovi numeri permettono di risolvere il problema della tangente in un modo del tutto generale.

Nel disegno accanto, tratto dall'originale di Leibniz dove la distanza infinitamente piccola tra i due punti della curva **P** e **P'** è stata ingrandita fino a renderla visibile, il coefficiente angolare m della tangente è dato dal rapporto tra i segmenti **PB'** e **P'B** che corrispondono agli incrementi infinitesimi dy e dx .

Questo rapporto è di fatto una funzione della x , poiché assume un valore diverso per ogni valore della x e prende il nome di derivata della funzione, in simboli:

$$m = \frac{dy}{dx}$$

Questa definizione può sembrare a prima vista inutile, ma con la semplice ipotesi che per gli infinitesimi valgano le ordinarie regole dell'algebra, è possibile calcolare m per ogni funzione algebrica.

In altre parole la derivazione è un'operazione che trasforma una funzione in un'altra funzione. La prima si chiama funzione *primitiva*, la seconda funzione derivata o brevemente *derivata*.

Leibniz oltre a definire regole del tutto generali per calcolare la derivata di una funzione fu in effetti il primo ad usare la parola *funzione* in un senso molto vicino a quello moderno e il simbolo $f(x)$ per indicare una qualsiasi funzione..

Con Leibniz nasceva così un nuovo tipo di calcolo che si chiamò *calcolo infinitesimale*; in seguito lo stesso calcolo ebbe i nomi di *calcolo sublime* e poi di *analisi infinitesimale* e di *analisi matematica*.

Documento tratto dal testo: Bonavoglia P., Il calcolo infinitesimale

http://www1.unipa.it/provenzano/index_file/support/Bonavoglia-II_Calcolo_Infinitesimale.pdf