

Circonferenza e cerchio π e approssimazioni

Un video per richiamare π



Che cosa hai trovato nel video?

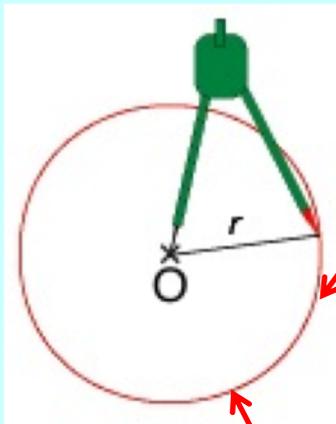
Lunghezza della circonferenza

Area del cerchio

Il numero π in matematica e nelle applicazioni

Esploriamo la lunghezza della circonferenza

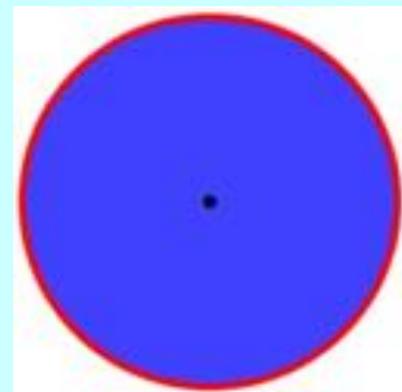
Vocabolario matematico



La circonferenza di centro O e raggio r è il luogo dei punti del piano che hanno da O distanza r .

Circonferenza è la linea tracciata dal compasso.

Cerchio è la superficie piana racchiusa dalla circonferenza.



Circonferenza c e diametro d

Il diametro d è contenuto nella circonferenza c poco più di 3 volte.

$$\frac{c}{d} = 3 + \dots$$

Quanto debbo aggiungere per avere il risultato *esatto*?

$$\frac{c}{d} = 3, \dots$$

Quali e quante cifre dopo la virgola per avere il risultato *esatto*?

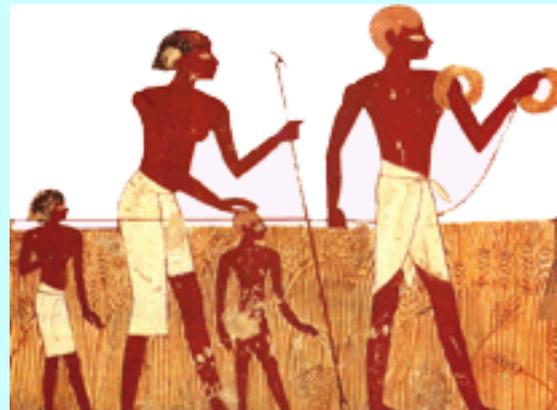
Nella storia della matematica

Problemi scientifici o pratici portarono antichi popoli a calcolare, con procedimenti non completamente noti, il rapporto fra circonferenza c e diametro d .



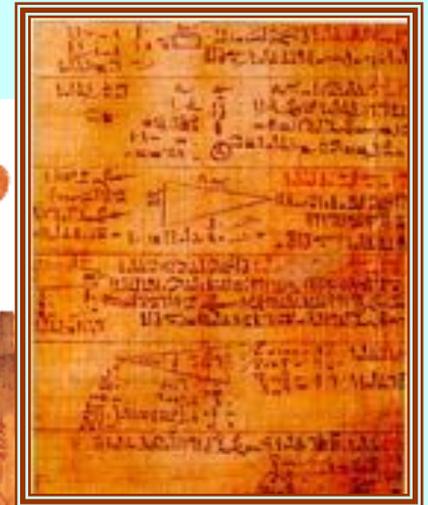
Babilonesi

$$\frac{c}{d} = 3 + \frac{1}{8} \cong 3,125$$



Egizi

$$\frac{c}{d} = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \cong 3,160$$



Papyrus Rhind
1650 a.C.

Nella storia della matematica

Le ricerche di procedimenti per calcolare la lunghezza della circonferenza continuano...

All'inizio del 1700 (d.C.) troviamo il nome di π per il rapporto c/d .

Alla metà del 1700, troviamo la dimostrazione che π è un numero *irrazionale*, cioè che:

- **non** può essere scritto in forma di frazione;
- può essere scritto in forma decimale, ma le cifre dopo la virgola non si fermano e non si può trovare un periodo che si ripete.

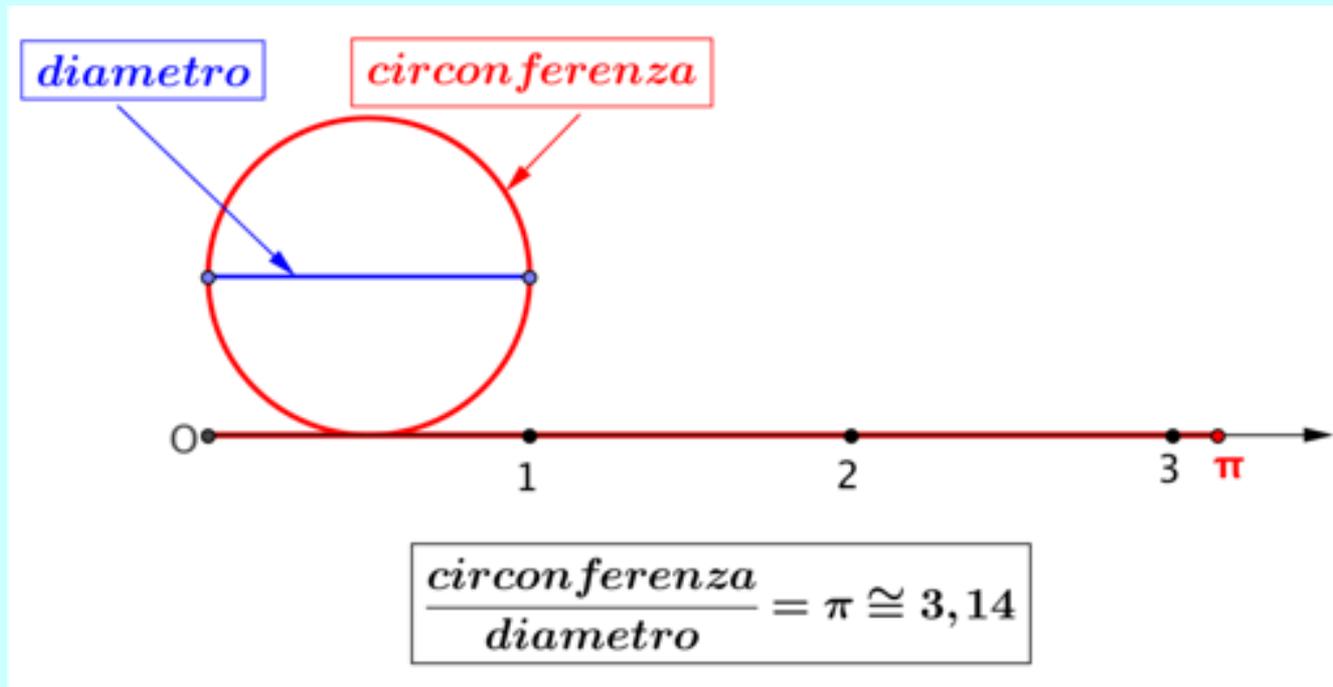
Le cifre di π

E oggi con il computer continua la ricerca di un numero sempre più elevato di cifre decimali di π .

14 marzo del 2019, Emma Haruka Iwao, un'impiegata di Google annuncia di aver ottenuto 31 000 miliardi di cifre di π con con l'ausilio del cloud computing dell'azienda .

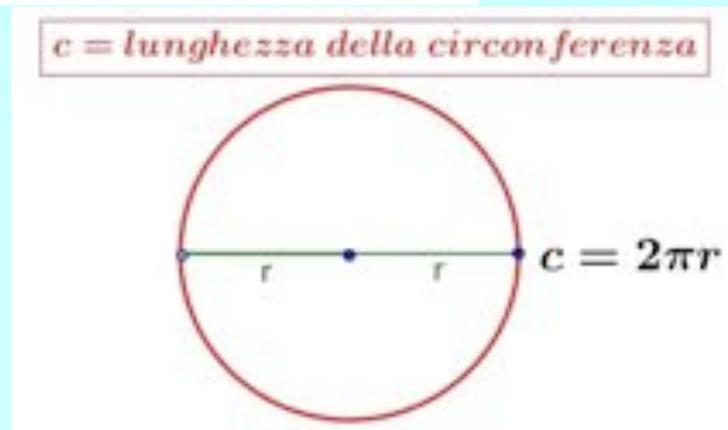


Lunghezza c della circonferenza



π è un *numero irrazionale*, perciò non può essere scritto esattamente con un numero finito di cifre decimali.

3,14 è un valore approssimato di π



Attività 1

Completa la scheda 1 di lavoro per ampliare quello che hai ritrovato

Che cosa hai richiamato?

Lunghezza della circonferenza

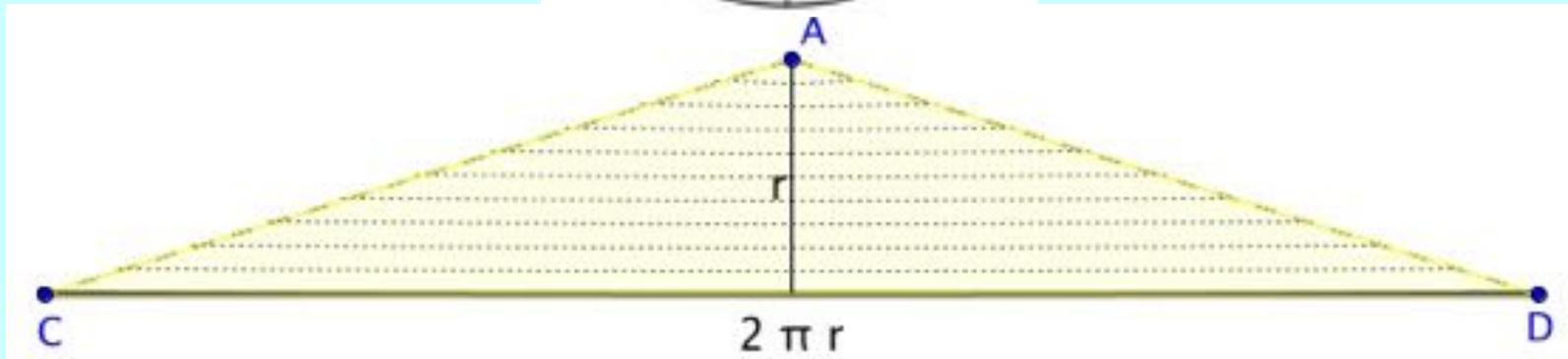
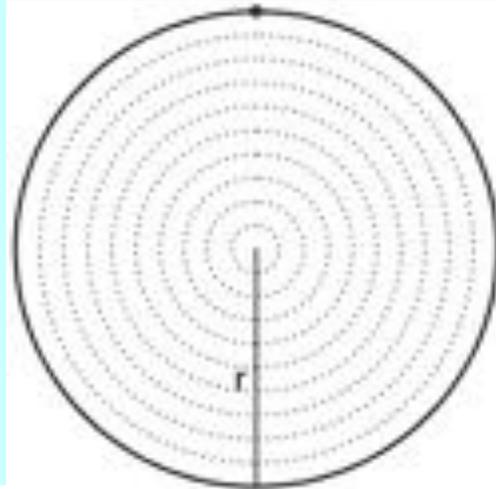
Uguaglianza data	V/F	Uguaglianza falsa corretta
$d = 2r$	V	
$c = \pi r$	F	$c = 2\pi r$
$c = 2\pi r^2$	F	$c = 2\pi r$
$\frac{c}{d} = \pi$	V	
$r = \frac{c}{2}$	F	$r = \frac{d}{2}$

Animazioni per l'area del cerchio

Hai esaminato due animazioni che mostrano come ottenere l'area del cerchio:

- la prima, molto intuitiva;**
- la seconda, classica di Archimede**

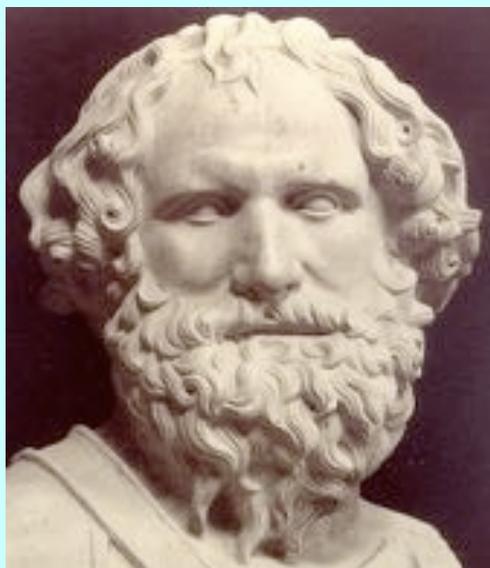
Area S del cerchio



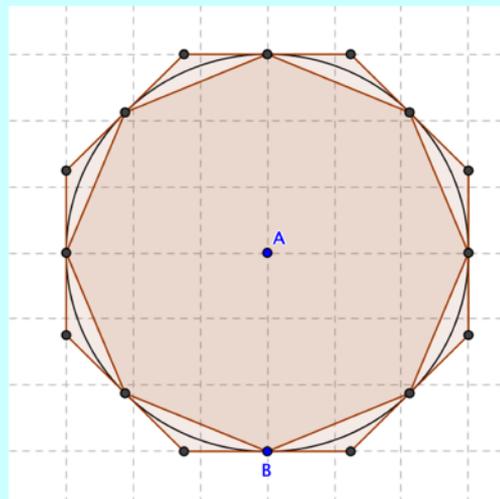
$$S = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

Nella storia della matematica

Dalla geometria dell'antica Grecia un procedimento geniale: approssimare il cerchio con poligoni inscritti circoscritti.



Archimede 287 – 212 a.C.



Archimede arriva a costruire poligoni di 96 lati e approssima il rapporto c/d con

$$\frac{22}{7} \cong 3,14857\dots$$

Passiamo ai calcoli con π

Attività 2

Completa la scheda 2 di lavoro per riflettere sulle approssimazioni richieste dai calcoli con π

Risultati della scheda commentati

Calcoli con π

Affermazione	L'affermazione è falsa perché
Se calcolo il rapporto fra circonferenza e diametro ottengo una frazione.	Il rapporto fra circonferenza e diametro è π , che è un numero irrazionale, cioè un numero che non può essere scritto con una frazione
$\pi = 3,14$ Scrittura corretta $\pi \approx 3,14$	<i>3,14 è un valore approssimato di π</i> , che è un numero irrazionale e perciò non può essere scritto esattamente con un numero finito di cifre decimali.
In matematica, π è una lettera come x , y .	π indica il valore esatto del rapporto fra circonferenza e diametro, perciò indica un numero.
πx^2 è un monomio di 3° grado	<i>π indica un numero</i> , perciò πx^2 è un monomio di 2° grado come $5x^2$.

Calcoli con π

Lunghezza L del perimetro del recinto = $\pi \cdot 400$

Cifre decimali di π	Lunghezza perimetro	Aumento di lunghezza
3	$3 \times 400 = 1200$	
3,1	$3,1 \times 400 = 1240$	$1240 - 1200 = 40\text{ m}$
3,14	$3,14 \times 400 = 1256$	$1256 - 1240 = 16\text{ m}$
3,141	$3,141 \times 400 = 1256,4$	$1256,4 - 1256 = 0,4\text{ m}$
3,1415	$3,1415 \times 400 = 1256,6$	$1256,6 - 1256,4 = 0,2\text{ m}$
3,14159	$3,14159 \times 400 = 1256,636$	$1256,636 - 1256,6 = 0,036\text{ m}$
3,141592	$3,141592 \times 400 = 1256,6368$	$1256,6368 - 1256,636 = 0,0008\text{ m}$

L'ultimo aumento di lunghezza è di 0,8 millimetri, che è già trascurabile su una lunghezza di circa 1,2 chilometri. Quindi non è indispensabile una migliore approssimazione di π .

Il numero di cifre decimali per approssimare π dipende dal problema da risolvere.

Calcoli con π

Le calcolatrici scientifiche tascabili, sul cellulare e online hanno un apposito tasto che fornisce **un'approssimazione** di π con un buon numero di cifre: da 9 a 15.



Calcoli con π

L'area S del cerchio con il diametro di 300m è data da

$$S = \pi 150^2$$

Conviene utilizzare tutte le cifre di π che la calcolatrice può dare, perciò la sequenza di tasti più opportuna è

$$\pi \times 150 \times^2 =$$

Una calcolatrice mostra il seguente risultato

70685.834705770347

Poi si arrotonda il risultato per lasciare il numero di cifre utile al problema; ad esempio, se **arrotondo con tre cifre dopo la virgola**, scrivo:

$$S = \pi 150^2 \approx 70685,835$$

Perché π è importante?

Nella realtà

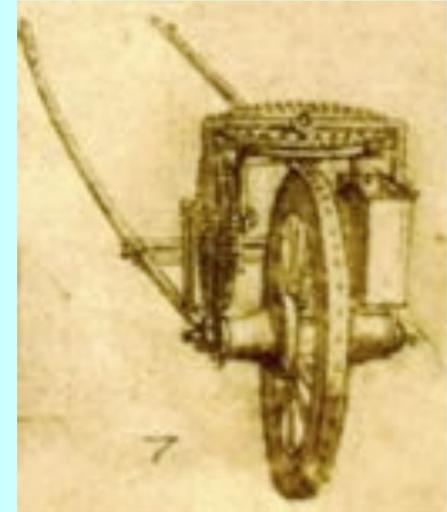
Solo un esempio, fra i tanti: dall'antica Roma, a Leonardo, fino a oggi, si misurano distanze con una ruota.



Antica Roma



Oggi



Leonardo