Equazioni di 1° grado con coefficienti letterali

200. Basandosi sull'esempio delle prime tre righe, completare la tabella inserendo:
- nella colonna contrassegnata da «C I» il coefficiente dell'incognita;
- nella colonna contrassegnata da «T N» il termine noto;
- nella colonna contrassegnata da «Non risolubile» il valore della lettera che rende l'equazione non risolubile;
- nella colonna contrassegnata da «Soluzione» la soluzione dell'equazione letterale.

Equazione	C I	T N	Non risolubile	Soluzione
$2kx+k-3=0$ ossia $2kx=3-k$	$2k$	$3-k$	per $2k=0$ ossia per $k=0$ l'equazione è impossibile	$x=\frac{3-k}{2k}$
$\frac{x}{10m}+\frac{2x}{5m}=m$ ossia $\frac{1}{2m}x=m$	$\frac{1}{2m}$	m	per $2m=0$, ossia per $m=0$ non esiste $\frac{1}{2m}$	$x=2m^2$
$3ax-a=6x+5$ ossia $(3a-6)x=a+5$	$3a-6$	$a+5$	per $3a-6=0$ ossia per $a=3$ l'equazione è impossibile	$x=\frac{a+5}{3a-6}$
$ax-2a=3$ ossia				
$\frac{2x}{k}-\frac{4x}{3k}=5k$ ossia				
$2mx-3m=4x+7$ ossia				
	$4a$	$-a+2$		
	$-4b$	$\frac{3}{b}$		
	$2k-3$	$4k+5$		

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **201** al n. **211** considerare la lettera x come incognita e risolvere i seguenti quesiti:
a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione non è risolubile;
b. risolvere l'equazione.

201. $2ax-3=0$ $\qquad [x=\frac{3}{2a}]$

202. $4bx-3b=7$ $\qquad [x=\frac{7+3b}{4b}]$

203. $\frac{2}{3}mx+\frac{3}{2}m=\frac{7}{6}$ $\qquad [x=\frac{7-9m}{4m}]$

204. $\frac{x}{4k}-\frac{3}{4}=\frac{3x}{2k}-2k$ $\qquad [x=\frac{8k^2-3k}{5}]$

205. $\frac{3x}{5m}+\frac{7}{10}=m-\frac{2x}{5m}$ $\qquad [x=\frac{10m^2-7m}{10}]$

206. $\frac{4x}{3a}-\frac{5}{6}=\frac{4}{3}a+\frac{3x}{2a}$ $\qquad [x=-8a^2-5a]$

207. $2x-3=kx-k$ $\qquad [x=\frac{3-k}{2-k}]$

208. $2ax+5=3a-7x$ $\qquad [x=\frac{3a-5}{2a+7}]$

209. $mx-\frac{3}{2}=\frac{3}{4}x+\frac{m}{2}$ $\qquad [x=\frac{2m+6}{4m-3}]$

210. $m-\frac{3}{2}x=\frac{3}{4}+\frac{mx}{2}$ $\qquad [x=\frac{4m-3}{6+2m}]$

211. $2mx+\frac{m}{3}=\frac{5}{3}+\frac{x}{3}$ $\qquad [x=\frac{5-m}{6m-1}]$

Risolvere gli esercizi dal n. **212** al n. **217**, tenendo presente anche lo svolgimento del seguente esempio. Determinare il valore di m per cui ha la soluzione $x=2$ l'equazione:

$$3mx+1=4x-m$$

Si sostituisce il numero 2 a x e si ottiene:

$$6m+1=8-m \quad \text{ossia} \quad 7m=7$$

Si trova che l'ultima uguaglianza è vera solo se risulta:

$$m=1$$

Si conclude che l'equazione richiesta si ottiene considerando 1 al posto di m nell'equazione data; si tratta cioè dell'equazione:

$$3x+1=4x-1$$

212. Esaminare la seguente equazione:

$$12mx-2m=8x+5$$

Risolvere i seguenti quesiti, considerando come incognita la lettera x:
a. determinare il valore di m per cui l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione;
c. determinare il valore di m per cui l'equazione ha la soluzione $x=0$;
d. determinare il valore di m per cui l'equazione ha la soluzione $x=1$.

213. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$3mx-5=mx-m$$

214. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$2mx+\frac{2}{3}=mx-\frac{m}{3}$$

215. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$2mx-\frac{4}{5}=\frac{2m}{5}-3x$$

216. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$\frac{5}{6}x+\frac{3m}{2}=\frac{2mx}{3}-1$$

217. Ripetere l'esercizio 212 a partire dalla seguente equazione:

$$\frac{5}{6}mx-\frac{3}{2}=\frac{2}{3}x+m$$

218. Esaminare la seguente equazione:

$3pq-4=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare come incognita la lettera q e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione rispetto alla lettera q;
c. considerare come incognita la lettera p e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
d. risolvere l'equazione rispetto alla lettera p.

[(b) $q=\frac{4}{3p}$; (d) $p=\frac{4}{3q}$]

219. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq+5=0$ [$q=\frac{-5}{2p}$; $p=\frac{-5}{2q}$]

220. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$pq+2=p$ [$q=\frac{p-2}{p}$; $p=\frac{-2}{q-1}$]

221. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq-3=4q$ [$q=\frac{3}{2p-4}$; $p=\frac{4q+3}{2q}$]

222. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$2pq-p=4$ [$q=\frac{4+p}{2p}$; $p=\frac{4}{2q-1}$]

223. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$3pq+q=6$ [$q=\frac{6}{3p+1}$; $p=\frac{6-q}{3q}$]

224. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$4pq-p=2q$ [$q=\frac{p}{4p-2}$; $p=\frac{2q}{4q-1}$]

225. Ripetere l'esercizio 218 a partire dalla seguente equazione:

$5pq=q+4p$ [$q=\frac{4p}{5p-1}$; $p=\frac{q}{5q-4}$]

Gli esercizi dal 226 al 247 richiedono di applicare varie nozioni di calcolo letterale.

Esaminare le equazioni assegnate negli esercizi dal n. **226** al n. **235**, considerare la lettera x come incognita e risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione non è risolubile;
b. risolvere l'equazione.

226. $2kx-3(k-1)=kx-2k$ [$x=\frac{k-3}{k}$]

227. $4mx-(m+2)x=(m-2)(x+1)$ [$x=\frac{m-2}{2m}$]

228. $(4+3a)x+4=a-(2a-4)x$ [$x=\frac{a-4}{5a}$]

229. $\frac{x+b}{b}-\frac{x-b}{2b}=2+\frac{x}{3b}$ [$x=3b$]

230. $\frac{x+h}{3h}-\frac{3-x}{h}=0$ [$x=\frac{9-h}{4}$]

231. $\frac{x-n}{3n}-\frac{x+n}{3n}=1-\frac{x}{2n}$ [$x=\frac{10}{3}n$]

232. $3kx-2(x+k)=(k+1)(x-1)$ [$x=\frac{k-1}{2k-3}$]

233. $(k+1)x+5(k-1)=9(k-1)-3(k+1)x$ [$x=\frac{k-1}{k+1}$]

234. $3(m+1)x-7m=3m+10-7(m+1)x$ [$x=1$]

235. $3x-(a+2)x=(1-a)x+2a$ [impossibile per $a\neq0$]

236. Esaminare la seguente equazione:

$3(1+m)x+3=m-(2m-3)x$

Risolvere i seguenti quesiti, considerando come incognita la lettera x:

a. determinare il valore della lettera per cui l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione;
c. determinare il valore della lettera per cui l'equazione ha la soluzione $x=0$;
d. determinare il valore della lettera per cui l'equazione ha la soluzione $x=-1$.

237. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(2+x)(m-1)+(m+1)(x-1)=2m-1$

238. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$2(1+m)x=m(x-2)+2(x+2m-3)$

239. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(m+3)x+2(m-1)x=x+m+2$

240. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(m-2)x+(m+2)x+(m+2)^2=(m+2)(m-2)$

241. Ripetere l'esercizio 236 a partire dalla seguente equazione:

$(2m-1)x+(2m+1)x+(2m+1)^2=(2m+1)(2m-1)$

242. Esaminare la seguente equazione:

$pq+q(2p-1)+q-4=0$

Risolvere i seguenti quesiti:

a. considerare come incognita la lettera q e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
b. risolvere l'equazione rispetto alla lettera q;
c. considerare come incognita la lettera p e stabilire in quale caso l'equazione è impossibile;
d. risolvere l'equazione rispetto alla lettera p. [(b) $q=\frac{4}{3p}$; (d) $p=\frac{4}{3q}$]

243. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$$3pq+q(2p-3)=5-3q \qquad [\, q=\frac{1}{p}\,;\; p=\frac{1}{q}\,]$$

244. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$$p\left(q-\frac{1}{2}\right)+q\left(p+\frac{1}{2}\right)=p+q+1 \qquad [\, q=\frac{3p+2}{4p-1}\,;\; p=\frac{q+2}{4q-3}\,]$$

245. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$$\frac{2}{3}p(q+3)-\frac{4}{3}q(6-p)=4q-2p+8 \qquad [\, q=\frac{4-2p}{p-6}\,;\; p=\frac{4+6q}{q+2}\,]$$

246. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$$(p-3)(4-2q)-(p+3)(4+2q)=4p(1+q) \qquad [\, q=\frac{-p-6}{2p}\,;\; p=\frac{-6}{2q+1}\,]$$

247. Ripetere l'esercizio 242 a partire dalla seguente equazione:

$$(2p+1)(2q-1)-3q(4-p)=(2-p)(2-q) \qquad [\, q=\frac{5}{6p-8}\,;\; p=\frac{8q+5}{6q}\,]$$

Problemi che conducono a risolvere equazioni di 1° grado con coefficienti letterali

Problemi di geometria piana

248. Un rettangolo ha area S ed un lato lungo b; calcolare la lunghezza c dell'altro lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, c=\frac{S}{b}\,]$

249. Un parallelogramma ha area S ed un lato lungo b; calcolare l'altezza h relativa al lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, h=\frac{S}{b}\,]$

250. Un parallelogramma ha area S e l'altezza relativa ad un lato lunga h; calcolare la lunghezza b di quel lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, b=\frac{S}{h}\,]$

251. Un triangolo ha area S ed un lato lungo b; calcolare l'altezza h relativa al lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, h=\frac{2S}{b}\,]$

252. Un triangolo ha area S e l'altezza relativa ad un lato lunga h; calcolare la lunghezza b di quel lato. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, b=\frac{2S}{h}\,]$

253. Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha i cateti lunghi b, c e l'ipotenusa lunga a; calcolare la lunghezza h dell'altezza relativa all'ipotenusa. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema a partire dal triangolo che ha i cateti lunghi 6 e 8 e l'ipotenusa lunga 10.

$[\, h=\frac{bc}{a}\,]$

254. Un trapezio ha area S e le due basi lunghe b e c; calcolare la lunghezza h dell'altezza del trapezio. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema nel caso in cui il trapezio ha le basi lunghe 6 e 8 e l'area 70.

$[\, h=\frac{2S}{b+c}\,]$

255. Un trapezio ha area S, una base lunga b e l'altezza lunga h; calcolare la lunghezza c dell'altra base del trapezio. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema nel caso in cui il trapezio ha una base lunga 6, l'altezza lunga 10 e l'area 80.

$[\, h=\frac{2S-hb}{h}\,]$

256. Un rombo ha area S ed una diagonale lunga b; calcolare la lunghezza c dell'altra diagonale. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, c=\frac{2S}{b}\,]$

257. Un deltoide ha area S ed una diagonale lunga b; calcolare la lunghezza c dell'altra diagonale. Stabilire in quale caso il problema è impossibile e in quale caso è indeterminato. Risolvere il problema in un caso numerico a piacere.

$[\, c=\frac{2S}{b}\,]$

258. È dato un segmento MN lungo b. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP e il triangolo equilatero costruito su PN abbiano lo stesso perimetro.

$[\, \mathrm{MP}=\frac{3b}{7}\,]$

259. È dato un segmento AB lungo p. Determinare sul prolungamento di AB dalla parte di B un punto C in modo che il quadrato costruito su BC e il triangolo equilatero costruito su AC abbiano lo stesso perimetro. $[\, \mathrm{BC}=3p\,]$

260. È dato un segmento MN lungo b. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare su MN un punto P in modo che, costruiti i due triangoli equilateri MPQ e PNR, la differenza fra il perimetro di MPQ e il perimetro di PNR sia uguale al doppio di MN;
b. spiegare perché è indeterminato il problema seguente: determinare la posizione di P in modo che la somma dei perimetri dei due triangoli equilateri MPQ e PNR sia uguale al triplo di MN.

$[\, (a)\ \mathrm{MP}=\frac{3+2b}{6}\,]$

261. È dato un segmento AB lungo p. Risolvere i seguenti quesiti:

a. determinare su AB un punto C in modo che, costruiti i due quadrati di lato AC e CB, la differenza fra il perimetro del primo quadrato e il perimetro del secondo sia uguale al triplo di AB;
b. spiegare perché è impossibile il problema seguente: determinare la posizione di C in modo che la somma dei perimetri dei due quadrati sia uguale al doppio di AB.

$[\, (a)\ \mathrm{AC}=\frac{7}{8}p\,]$

262. È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo m e il lato BC lungo n. Determinare un punto P sul lato AD e un punto Q sul lato BC, in modo che BQ sia il doppio di AP e che valga S l'area del trapezio ABQP.

$[\, \mathrm{AP}=\frac{2S}{3m}\,]$

263. In un quadrato ABCD di lato b si conduce una retta parallela al lato AB, che divide il quadrato in due rettangoli. A quale distanza dal lato AB si deve tracciare la retta, se si vuole che uno dei rettangoli abbia area tripla dell'altro?

$[\, \frac{3}{4}b\,]$