Non solo proporzionalità

Mettiamo in ordine ‘vecchie’ e ‘nuove’ competenze

Quello che hai rivisto sulle ‘funzioni’ si può anche collegare alla proporzionalità?

Attività. Non solo proporzionalità

Completa la scheda di lavoro per consolidare il collegamento fra funzioni e proporzionalità

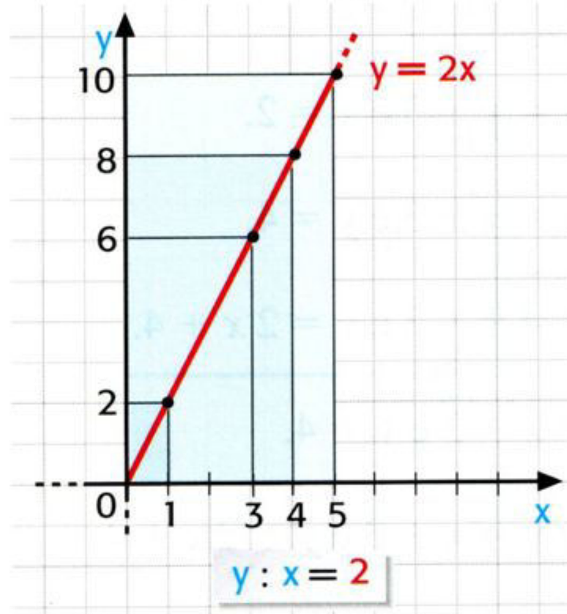
Tre punti importanti del lavoro svolto

A. Hai ritrovato criteri per riconoscere alcune leggi matematiche molto diffuse nelle scienze e nelle applicazioni
B. Hai ritrovato criteri per riconoscere funzioni crescenti o decrescenti
C. Hai riflettuto sull'uso del linguaggio matematico quando si parla o quando si risolvono problemi

Rivediamo prima di tutto i criteri per riconoscere alcune leggi matematiche

Criteri per riconoscere leggi di proporzionalità diretta

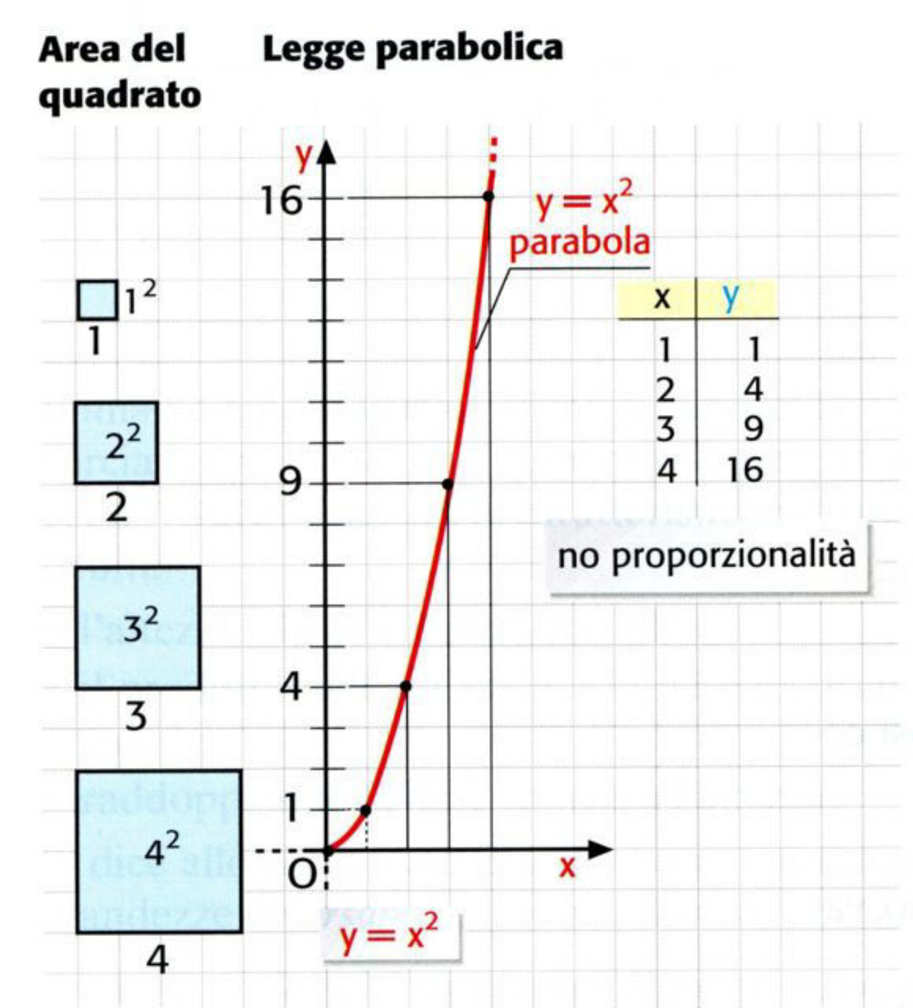
Proporzionalità diretta



x	y	y : x
1	2	2
3	6	2
4	8	2
5	10	2

1. ***La legge:*** **è costante il rapporto y : x;**
2. ***La tabella:*** **se raddoppia x, raddoppia anche y;**
3. ***Il grafico*****: i punti (x; y) si trovano su una retta che passa per l'origine O(0; 0).**

Una legge che non è di proporzionalità diretta



x	y
1	1
2	4
3	9
4	16

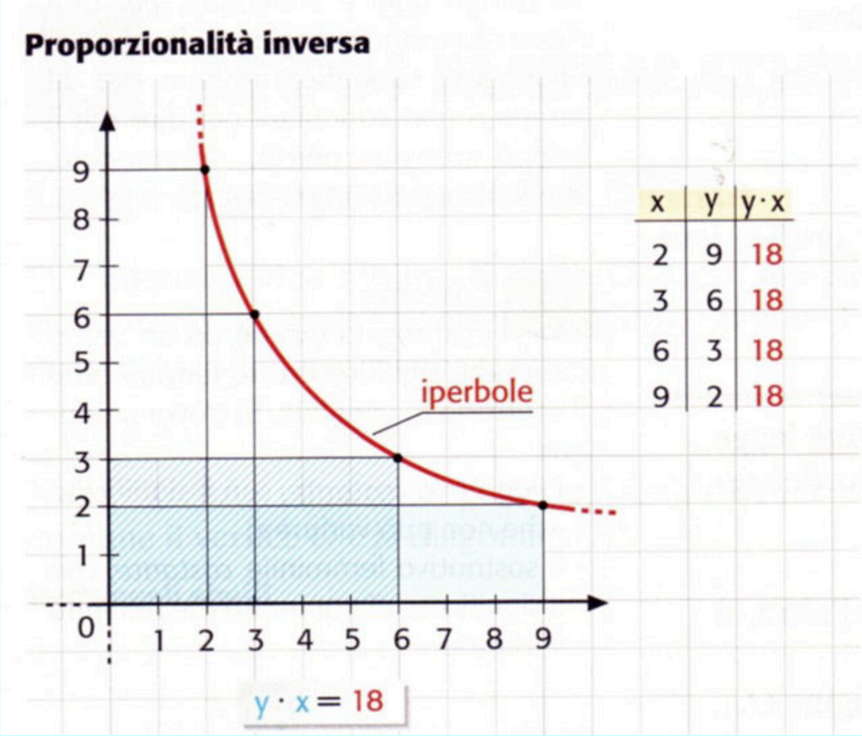
1. Il rapporto y : x **non è** costante

2. Se raddoppia x, **non raddoppia** y

3. I punti (x; y) **non si trovano** su una retta che passa per O(0; 0)

I punti (x; y) si trovano su un arco di parabola
LEGGE PARABOLICA

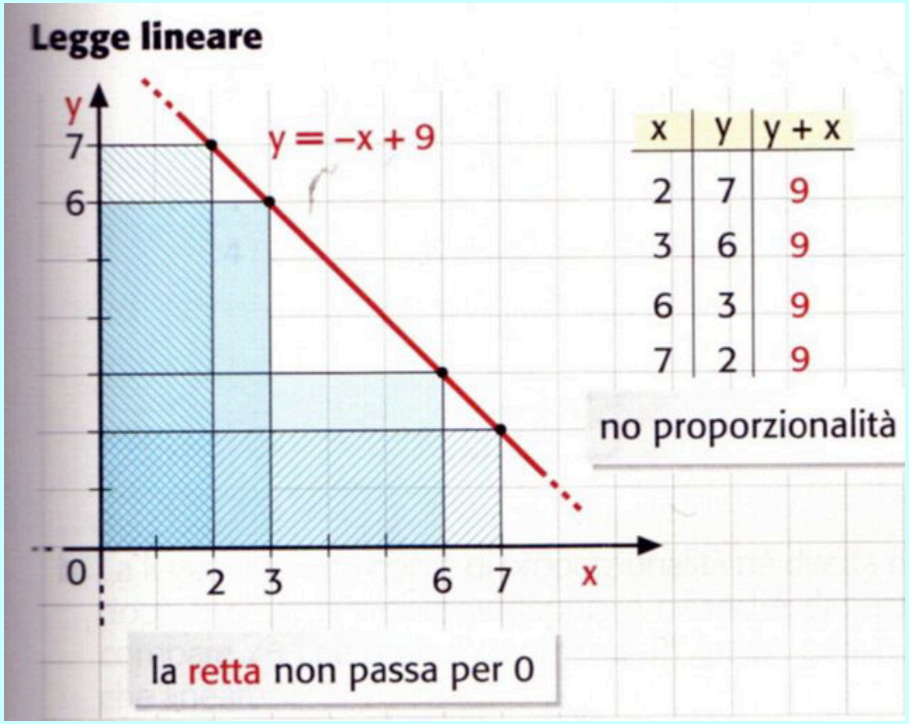
Criteri per riconoscere leggi di proporzionalità inversa



1. *La legge:* è costante il prodotto xy;
2. *La tabella*: se raddoppia x, dimezza y;
3. *Il grafico:* i punti (x; y) si trovano su un arco di iperbole.

Daniela Valenti, 2020

Una legge che non è di proporzionalità inversa



1. Il prodotto xy **non è** costante

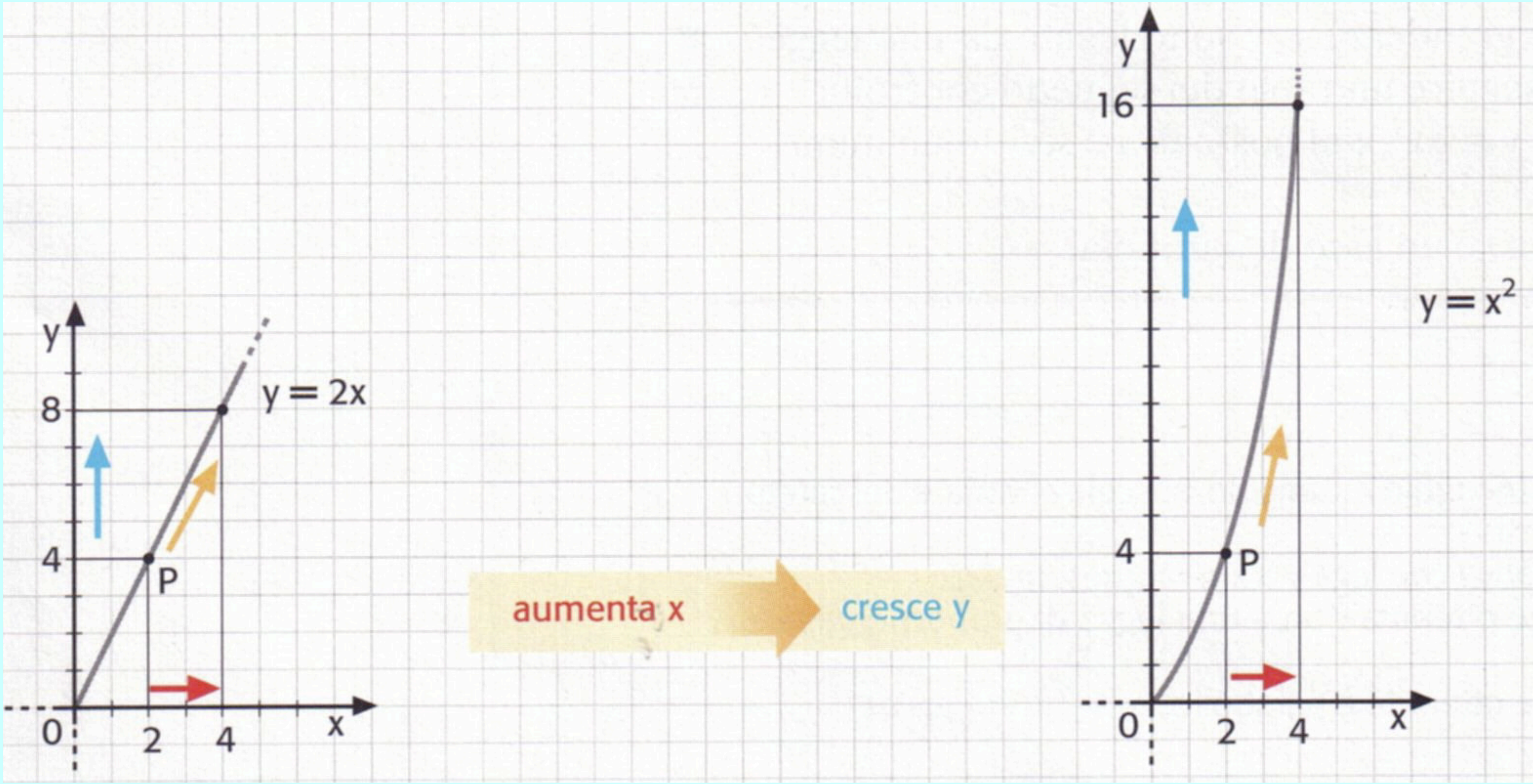
2. Se raddoppia x, **non dimezza** y

3. I punti (x; y) **non si trovano** su un arco di iperbole

I punti (x; y) si trovano su una retta che non passa per O(0; 0)
LEGGE LINEARE

Daniela Valenti, 2020

Criteri per riconoscere leggi crescenti



1. *Tabella:* **se aumenta x, cresce anche y;**
2. *Grafico:* **se percorro la linea allontanandomi da O verso destra, 'vado in salita'.**

Riflettere quando si parla

Due affermazioni

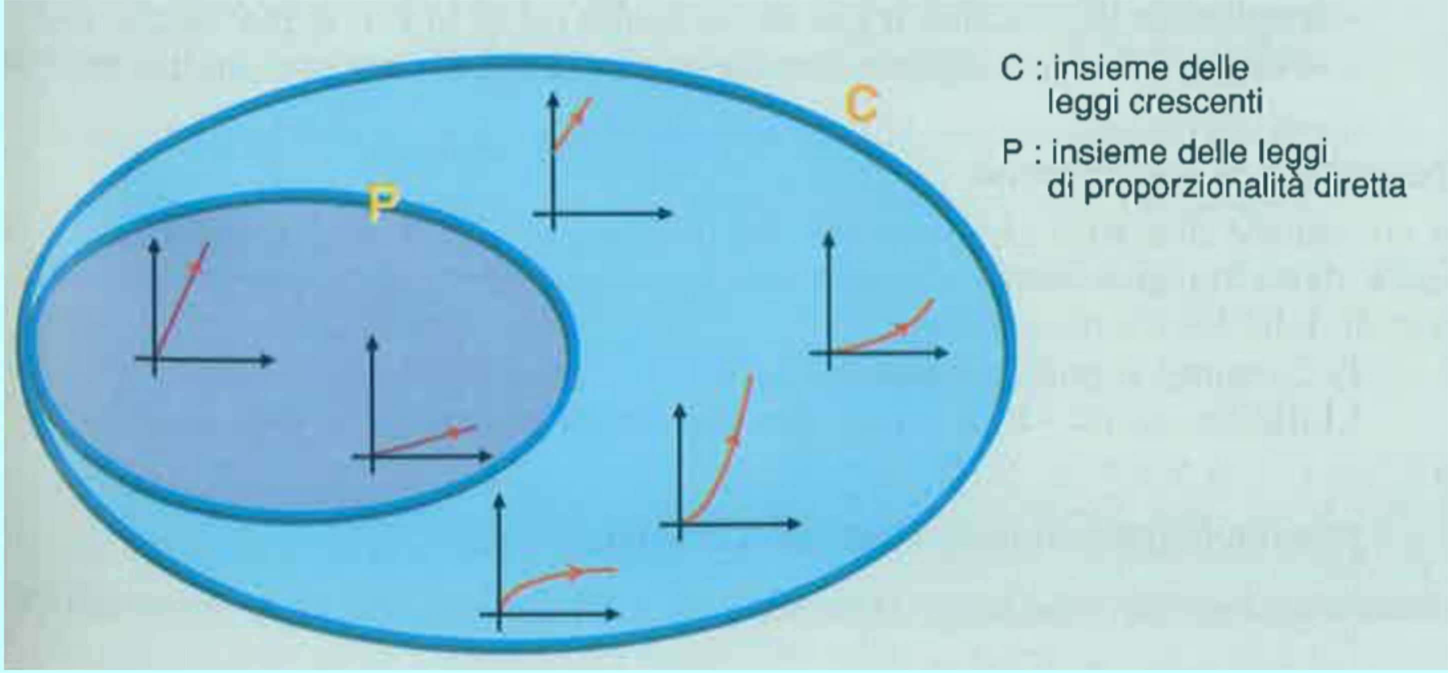
A. ***«Il semiperimetro di un quadrato è direttamente proporzionale al lato, perciò al crescere del lato cresce anche il semiperimetro»***

B. ***«L'area di un quadrato cresce al crescere del lato, perciò l'area è direttamente proporzionale al lato».***

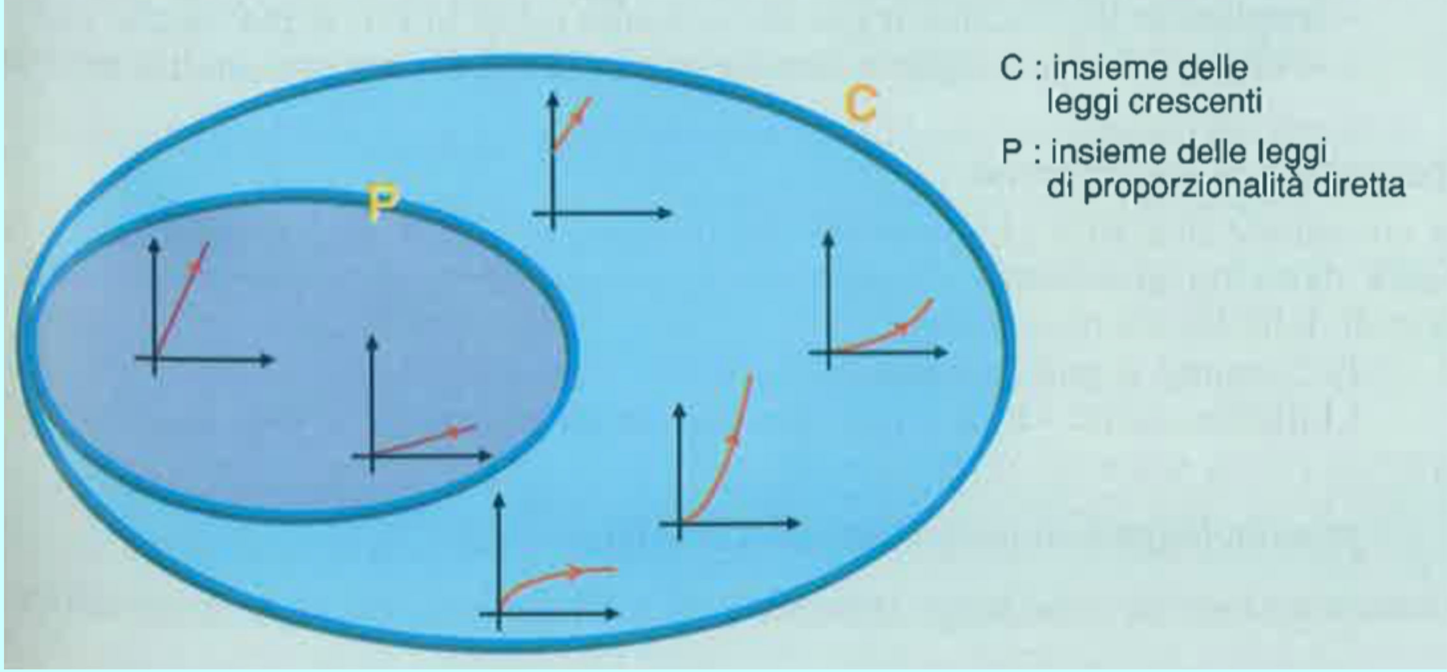
Sono entrambe corrette?

Corretta solo A

A. ***«Il semiperimetro di un quadrato è direttamente proporzionale al lato, perciò al crescere del lato cresce anche il semiperimetro»***

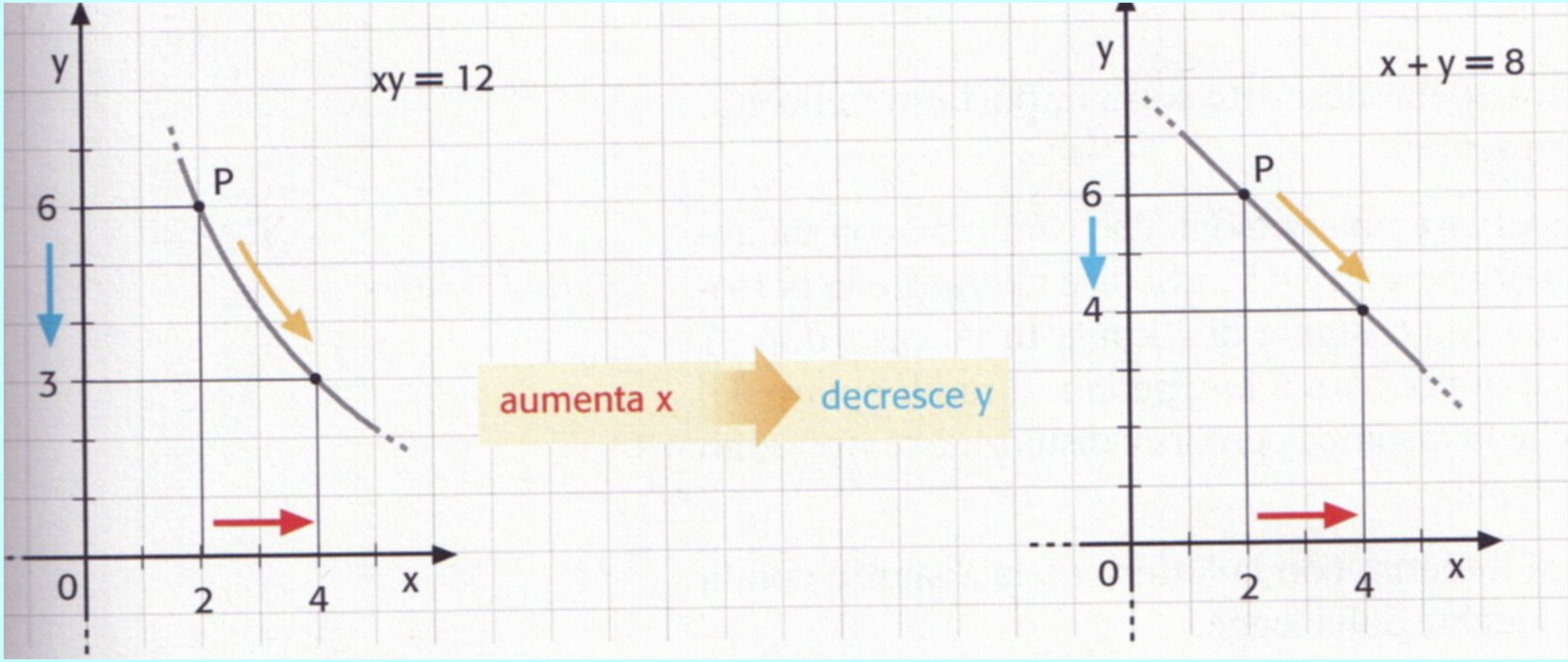


Un disegno che fa chiarezza



- scegliendo una legge di proporzionalità diretta (cioè in P), si è certi di trovarsi in C, cioè di scegliere una legge crescente;
- scegliendo invece una legge crescente (cioè in C), si può anche cadere al di fuori di P e scegliere una legge che non è di proporzionalità diretta.

Criteri per riconoscere leggi decrescenti



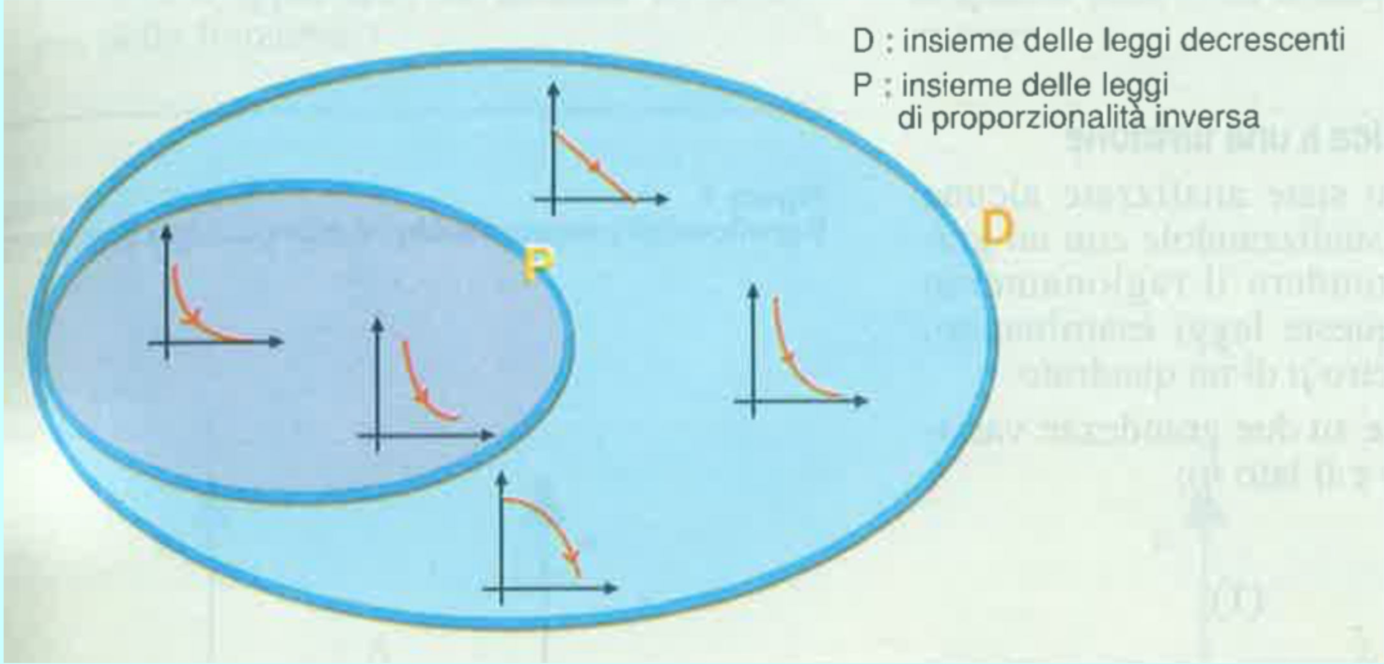
1. *Tabella:* **se aumenta x, decresce y**
2. *Grafico:* **se percorro la linea allontanandomi da O verso destra, 'vado in discesa'.**

Daniela Valenti, 2020

Riflettere quando si parla

Analogamente per la proporzionalità inversa, è vera l'affermazione

A. Nei rettangoli di area 18 l'altezza è inversamente proporzionale alla base, perciò al crescere dell'altezza diminuisce la base»

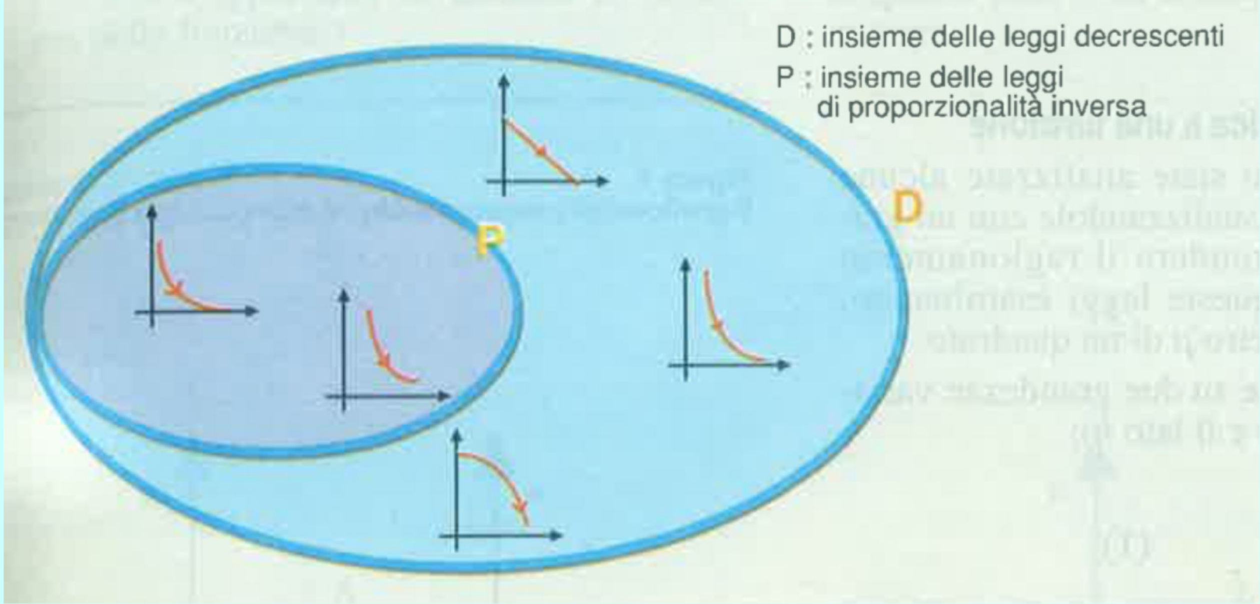


Daniela Valenti, 2020

Riflettere quando si parla

Ma non è vera l'affermazione B

B. «Nei rettangoli di semiperimetro 9 al crescere dell'altezza diminuisce la base perciò l'altezza è inversamente proporzionale alla base».



Con il disegno capisco bene, ma le parole possono ingannare.

Logica delle proposizioni

Il supporto del linguaggio matematico

Esprimo l'affermazione «*una legge appartiene all'insieme P* » con la proposizione:

p: «*una legge è di proporzionalità inversa*»

Allo stesso modo da «*una legge appartiene all'insieme D* » ottengo la proposizione:

d: «*una legge è decrescente*»

Così, invece di dire « *una legge dell'insieme P si trova sicuramente nell'insieme D*», dico*:*

«se è vera p, è vera anche d»

o, più in breve:

«p implica d»

In simboli

$$p \Rightarrow d$$

Daniela Valenti, 2020

Logica delle proposizioni

Il supporto del linguaggio matematico

Implicare **proviene da un verbo latino che significa** ***'tenere piegato dentro'***

Scegliere una proporzionalità inversa implica scegliere una legge decrescente.

Il viceversa non è vero.

Daniela Valenti, 2020

Riflettere quando si risolve un problema

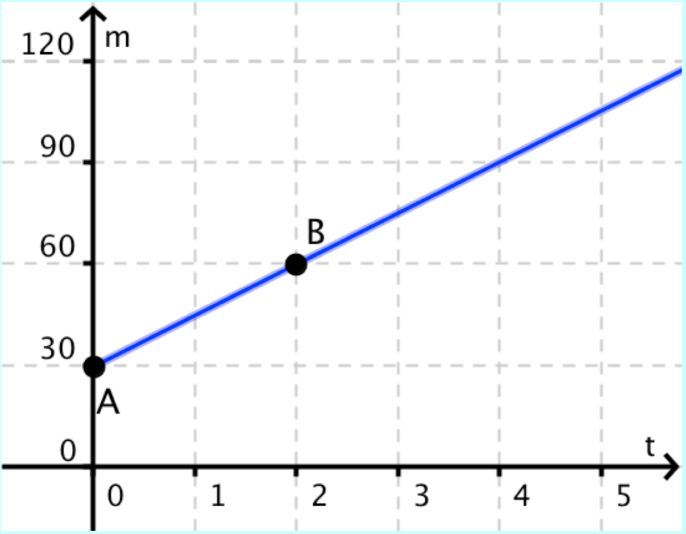
Un primo problema

9. La massa *m* dei rifiuti in una discarica aumenta linearmente al passare del tempo *t* (in ore); ad un certo istante la massa è di 30 kg e 2 ore dopo è 60 kg.

a. Rappresenta i dati in figura e scrivi la legge che lega *m* a *t*;

b. Calcola la massa di rifiuti dopo 4 ore;

c. Calcola quanto tempo occorre per avere una massa di 180 kg.



a. Legge lineare, cioè del tipo $y = ax + b$

$b = 30$, *pendenza* $a = (60 - 30) : 2 = 15$

$m = 15t + 30$

b. Calcolo (in kg) la massa *m* dopo 4 ore

$m = 15 \cdot 4 + 30 = 90$

c. Calcolo (in ore) il tempo t necessario per avere una massa di 180 kg

$180 = 15\,t + 30$

esplicito $t = (180 - 30) : 15 = 10$

Daniela Valenti, 2020

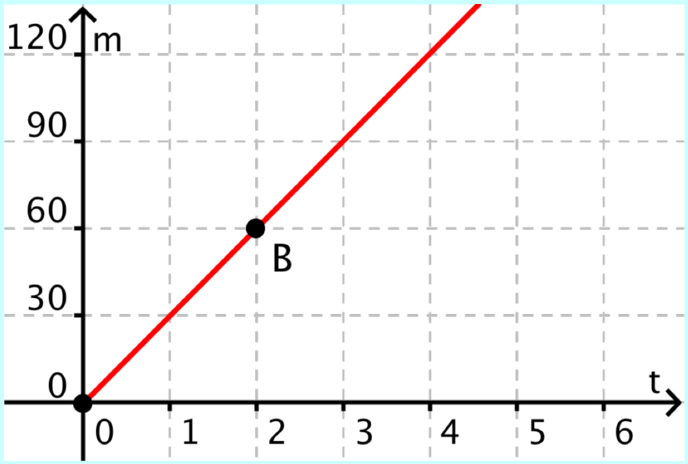
Un altro problema

10. La massa *m* dei rifiuti in una discarica aumenta proporzionalmente al tempo *t* (in ore) e, 2 ore dopo l'apertura della discarica, la massa è 60 kg.

a. Rappresenta i dati sulla figura e scrivi la legge che lega *m* a *t*;

b. Calcola la massa di rifiuti dopo 4 ore;

c. Calcola quanto tempo occorre per avere una massa di 180 kg.



a. Legge di proporzionalità diretta, cioè del tipo $y = ax$

***pendenza a* = 60 : 2 = 30**

$$m = 30t$$

b. Valuto (in kg) la massa *m* dopo 4 ore.

m = 120 kg

perché la massa raddoppia al raddoppiare del tempo. [m = 30 • 4 = 120]

c. Valuto (in ore) il tempo t necessario per avere una massa di 180 kg

t = 6 ore

perché la massa triplica al triplicare del tempo. [180 = *30t* *da cui t* = *180 : 30* = *6*]

Daniela Valenti, 2020