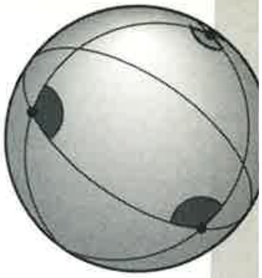


Sull'implicazione

1. È data la seguente proposizione condizionale:
«Se due poligoni sono uguali, allora hanno gli angoli uguali».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la premessa p e la conseguenza q;
b. scrivere la proposizione usando il connettivo di implicazione;
c. esaminare i casi illustrati nelle figure 1-3 e completare la seguente tabella:

Premessa p	**Conseguenza q**	$p \Rightarrow q$
VERA	VERA	VERA Si può dire: «Siccome i due poligoni sono uguali, hanno gli angoli uguali»
FALSA	FALSA	VERA Si può dire: «... ....»
VERA	FALSA	FALSA Si può dire (ma è *falso*): «.................................... ....»
FALSA	VERA	VERA Si può dire: «Anche se i due poligoni sono disuguali, hanno gli angoli uguali»

Figura 1 Siccome i due poligoni sono uguali, hanno gli angoli uguali (VERA)
Siccome i due poligoni sono uguali, hanno gli angoli disuguali (FALSA)

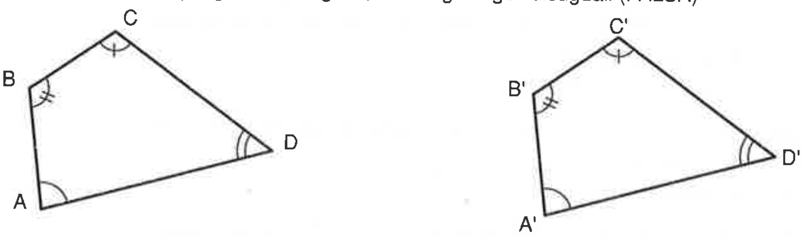


Figura 2 Siccome i due poligoni sono disuguali, hanno gli angoli disuguali (VERA)

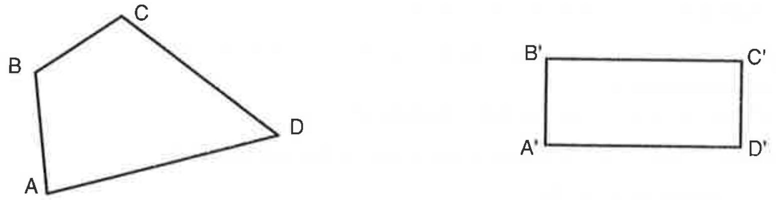
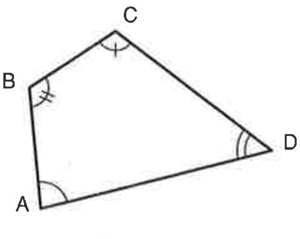
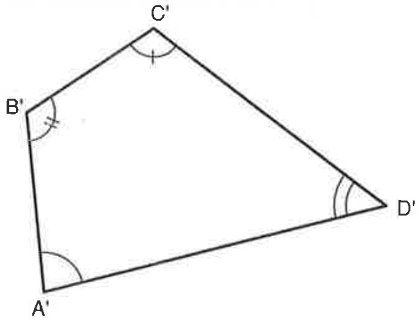


Figura 3 Anche se i due poligoni sono disuguali, hanno gli angoli uguali (VERA)





2. È data la seguente proposizione condizionale:
«Se due poligoni sono uguali, allora hanno i lati uguali».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la premessa p e la conseguenza q;
b. scrivere la proposizione usando il connettivo di implicazione;
c. descrivere i casi che si possono presentare ed esaminarli, valendosi di una tabella analoga a quella dell'esercizio 1.

3. Ripetere l'esercizio 2 a partire dalla seguente proposizione:
«Se due poligoni sono simili, allora hanno gli angoli uguali».

4. Ripetere l'esercizio 2 a partire dalla seguente proposizione:
«Se due poligoni sono simili, allora hanno i lati in proporzione».

5. Sono date le seguenti proposizioni:
p: «Due angoli sono adiacenti a angoli uguali»;
q: «Due angoli sono uguali».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la frase condizionale corrispondente all'implicazione:

$$p \Rightarrow q$$

b. descrivere i casi che si possono presentare ed esaminarli, valendosi di una tabella analoga a quella dell'esercizio 1.

6. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «Due angoli sono opposti al vertice»;
q: «Due angoli sono eguali».

7. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «Un numero è razionale»;
q: «Un numero è reale».

8. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «Un numero è intero»;
q: «Un numero è razionale».

9. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «Un numero è intero»;
q: «Un numero è reale».

10. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «L'operazione è 0^0»;
q: «Non si trova il risultato dell'operazione».

11. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «L'operazione è 0^{-1}»;
q: «Non si trova il risultato dell'operazione».

12. Ripetere l'esercizio 5 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «L'operazione è $\sqrt{-4}$»;
q: «Non si trova il risultato dell'operazione».

Sulla doppia implicazione

13. È data la seguente proposizione condizionale:
«Due rettangoli sono uguali, se e solo se hanno i lati uguali».
Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le due proposizioni semplici p e q che formano la frase condizionale;
b. scrivere la proposizione usando il connettivo di doppia implicazione;
c. esaminare i casi illustrati nelle figure 4 e 5 e completare la seguente tabella:

Premessa p	**Conseguenza** q	$p \Leftrightarrow q$
VERA	VERA	VERA Si può dire: «Siccome i due rettangoli sono uguali, hanno i lati uguali»
FALSA	FALSA	VERA Si può dire: «... ....;»
VERA	FALSA	FALSA Si può dire (ma è *falso*): «...................................... ....»
FALSA	VERA	FALSA Si può dire (ma è *falso*): «...................................... ....»

Figura 4 Siccome i due rettangoli sono uguali, hanno i lati uguali (VERA)
Siccome i due rettangoli sono uguali, hanno i lati disuguali (FALSA)

Figura 5 Siccome i due rettangoli sono disuguali, hanno i lati disuguali (VERA)
Anche se i due rettangoli sono disuguali, hanno i lati uguali (FALSA)

14. È data la seguente proposizione condizionale:
«Due rettangoli sono simili se e solo se hanno i lati in proporzione».
Risolvere i seguenti quesiti:

a. scrivere le due proposizioni semplici p e q che formano la frase condizionale;
b. scrivere la proposizione usando il connettivo di doppia implicazione;
c. escrivere i casi che si possono presentare ed esaminarli, valendosi di una tabella analoga a quella dell'esercizio 13.

15. Ripetere l'esercizio 13 a partire dalla seguente proposizione:
«In un'espressione si altera la priorità delle operazioni se e solo se vi compaiono le parentesi».

16. Sono date le seguenti proposizioni:
p: «Il rapporto fra due segmenti è un numero razionale»;
q: «I due segmenti sono commensurabili».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere la frase condizionale corrispondente all'implicazione:

$$p \Leftrightarrow q$$

b. descrivere i casi che si possono presentare ed esaminarli, valendosi di una tabella analoga a quella dell'esercizio 13.

17. Ripetere l'esercizio 16 a partire dalle seguenti due proposizioni:
p: «Il rapporto fra due segmenti è un numero irrazionale»;
q: «I due segmenti sono incommensurabili».

Implicazione e doppia implicazione

In matematica

18. Esaminare la seguente proposizione:
«Due equazioni sono equivalenti se hanno la stessa soluzione».
Rispondere ai seguenti quesiti:
a. scrivere le due proposizioni semplici p e q che formano la frase condizionale;
b. descrivere i casi che si possono presentare ed esaminarli, valendosi di una tabella analoga a quella dell'esercizio 13;
c. stabilire se la proposizione è un'implicazione o una doppia implicazione e scriverla usando il corrispondente connettivo.

19. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se si aggiunge uno stesso monomio ai due membri di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente».

20. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se si moltiplicano i due membri di un'equazione per 0, non si ottiene un'equazione equivalente».

21. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se un numero è positivo, il suo cubo è positivo».

22. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se un numero è positivo, il suo quadrato è positivo».

23. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se un numero è negativo, il suo opposto è positivo».

24. Ripetere l'esercizio 18 a partire dalla seguente proposizione:
«Se un numero è negativo, il suo reciproco è negativo».

Nel linguaggio comune

25. Esaminare la frase seguente:
«Mia madre è felice se vado bene a scuola».
Rispondere ai seguenti quesiti:
a. quale domanda si deve porre per decidere se la frase è un'implicazione o una doppia implicazione?
b. qual è la differenza di significato fra la frase che è una doppia implicazione e quella che non lo è?

26. Ripetere l'esercizio 25 a partire dalla seguente proposizione:
«Se fumi, rischi un tumore al polmone».

27. Ripetere l'esercizio 25 a partire dalla seguente proposizione:
«Se ti droghi, ti spegni».

28. Ripetere l'esercizio 25 a partire dalla seguente proposizione:
«Se hai degli appoggi influenti, trovi un buon posto di lavoro».

29. Ripetere l'esercizio 25 a partire dalla seguente proposizione:
«Se stasera piove, vado al cinema».

30. Ripetere l'esercizio 25 a partire dalla seguente proposizione:
«Se sei promosso alla fine dell'anno, ti compro il motorino».

Implicazione e insiemi

31. Disegnare l'insieme Q dei numeri razionali e l'insieme R dei numeri reali; rispondere ai seguenti quesiti:

a. fra le seguenti formule scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

$Q \subset R$ $\qquad$ $R \subset Q$

b. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

numero $\in Q \Rightarrow$ numero $\in R$ $\qquad$ numero $\in R \Rightarrow$ numero $\in Q$

c. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:
- «Se un numero è razionale, allora è reale»;
- «Se un numero è reale, allora è razionale».

32. Disegnare l'insieme Q dei numeri razionali e l'insieme Z dei numeri interi; rispondere ai seguenti quesiti:

a. fra le seguenti formule scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

$Q \subset Z$ $\qquad$ $Z \subset Q$

b. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

numero $\in Q \Rightarrow$ numero $\in Z$ $\qquad$ numero $\in Z \Rightarrow$ numero $\in Q$

c. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:
- «Se un numero è razionale, allora è intero»;
- «Se un numero è intero, allora è razionale».

33. Disegnare l'insieme Z degli interi e l'insieme R dei reali; risolvere i seguenti quesiti:

a. fra le seguenti formule scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

$R \subset Z$ $\qquad$ $Z \subset R$

b. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

numero $\in R \Rightarrow$ numero $\in Z$ $\qquad$ numero $\in Z \Rightarrow$ numero $\in R$

c. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:
- «Se un numero è reale, allora è intero»;
- «Se un numero è intero, allora è reale».

34. Disegnare l'insieme P dei numeri pari e l'insieme A dei multipli di 4; risolvere i seguenti quesiti:

a. fra le seguenti formule scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

$A \subset P$ $\qquad P \subset A$ $\qquad P \equiv A$

b. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

numero $\in A \Rightarrow$ numero $\in P$

numero $\in P \Rightarrow$ numero $\in A$

numero $\in P \Leftrightarrow$ numero $\in A$

c. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:
- «Se un numero è pari, allora è multiplo di 4»;
- «Se un numero è multiplo di 4, allora è pari»;
- «Un numero è pari se e solo se è multiplo di 4».

35. Disegnare l'insieme P dei numeri pari e l'insieme B dei multipli di 2; risolvere i seguenti quesiti:

a. fra le seguenti formule scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

$B \subset P$ $\qquad P \subset B$ $\qquad P \equiv B$

b. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:

numero $\in B \Rightarrow$ numero $\in P$

numero $\in P \Rightarrow$ numero $\in B$

numero $\in P \Leftrightarrow$ numero $\in B$

c. fra le seguenti proposizioni scegliere quella corrispondente al disegno eseguito prima, motivando la scelta:
- «Se un numero è pari, allora è multiplo di 2»;
- «Se un numero è multiplo di 2, allora è pari»;
- «Un numero è pari se e solo se è multiplo di 2».

L'implicazione nell'enunciato dei teoremi

36. Esaminare il seguente teorema:
«Due triangoli sono uguali se hanno i lati ordinatamente uguali». Rispondere ai seguenti quesiti:

a. individuare l'ipotesi H e la tesi T;

b. scrivere l'enunciato del teorema nella forma di un'implicazione;

c. enunciare il teorema inverso.

37. Ripetere l'esercizio 36 a partire dal seguente teorema:
«Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali due angoli e il lato comune».

38. Ripetere l'esercizio 36 a partire dal seguente teorema:
«Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali due lati e l'angolo fra essi compreso».

39. Ripetere l'esercizio 36 a partire dal seguente teorema:
«Due rette sono parallele se hanno la stessa pendenza».

40. Ripetere l'esercizio 36 a partire dal seguente teorema:
«Se due rette parallele sono tagliate da una trasversale, formano angoli alterni interni uguali».

41. Ripetere l'esercizio 36 a partire dal seguente teorema:
«Se due rette parallele sono tagliate da due trasversali, si mantiene costante il rapporto dei segmenti corrispondenti».

42. Di un teorema sono dati:
- l'ipotesi H: si raddoppia un lato di un rettangolo;
- la tesi T: l'area del rettangolo raddoppia;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

Risolvere i seguenti quesiti:
a. enunciare il teorema nel linguaggio comune;
b. enunciare il teorema inverso.

43. Ripetere l'esercizio 42 a partire dal teorema di cui sono dati:
- l'ipotesi H: si raddoppia il lato di un quadrato;
- la tesi T: l'area del quadrato quadruplica;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

44. Ripetere l'esercizio 42 a partire dal teorema di cui sono dati:
- l'ipotesi H: si raddoppia il lato di un quadrato;
- la tesi T: il perimetro del quadrato raddoppia;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

45. Ripetere l'esercizio 42 a partire dal teorema di cui sono dati:
- l'ipotesi H: un numero è negativo;
- la tesi T: non si trova la radice quadrata del numero;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

46. Ripetere l'esercizio 42 a partire dal teorema di cui sono dati:
- l'ipotesi H: un numero è negativo;
- la tesi T: la radice cubica del numero è negativa;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

Vari modi di enunciare un teorema

47. Di un teorema sono dati:
- l'ipotesi H: due angoli sono opposti al vertice;
- la tesi T: due angoli sono uguali;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

Completare le frasi seguenti, seguendo l'esempio della prima frase:
a. «È sufficiente sapere che due angoli sono opposti al vertice per essere certi che i due angoli sono uguali»;
b. «Per due angoli, essere opposti al vertice è condizione .... per essere uguali»;
c. «È necessario sapere che .... per stabilire se ....»;
d. «Per due angoli, essere uguali è condizione .... per essere opposti al vertice».

48. Di un teorema sono dati:
- l'ipotesi H: due angoli sono adiacenti ad angoli uguali;
- la tesi T : due angoli sono uguali;
- l'enunciato: è vera $H \Rightarrow T$.

Completare le frasi seguenti:

a. «È sufficiente sapere che .... per essere certi che i due angoli sono uguali»;
b. «Per due angoli, essere adiacenti ad angoli uguali è condizione .... per essere uguali»;
c. «È necessario sapere che .... per stabilire se ....»;
d. «Per due angoli, essere uguali è condizione .... per essere opposti al vertice».

49. Esaminare il seguente enunciato:
«Se un numero è multiplo di 4, allora è pari».
Risolvere i seguenti quesiti:

a. individuare l'ipotesi H e la tesi T;
b. scrivere l'enunciato sotto forma di implicazione;
c. scrivere l'enunciato mediante la condizione sufficiente;
d. scrivere l'enunciato mediante la condizione necessaria.

50. Esaminare il seguente enunciato:
«Se un numero è positivo, ha il quadrato positivo».
Risolvere i seguenti quesiti:

a. individuare l'ipotesi H e la tesi T;
b. scrivere l'enunciato sotto forma di implicazione;
c. scrivere l'enunciato mediante la condizione sufficiente;
d. scrivere l'enunciato mediante la condizione necessaria.

51. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:

a. «È sufficiente sapere che due triangoli hanno gli angoli uguali per essere certi che i triangoli sono simili»;
b. «È necessario sapere che due triangoli sono simili per stabilire che i due triangoli hanno gli angoli uguali»;
c. «Per due triangoli avere gli angoli uguali è condizione necessaria c sufficiente per essere simili».

52. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:

a. «È sufficiente sapere che due triangoli hanno i lati in proporzione per essere certi che i triangoli sono simili»;
b. «È necessario sapere che due triangoli sono simili per stabilire che i due triangoli hanno i lati in proporzione»;
c. «Per due triangoli avere i lati in proporzione è condizione necessaria e sufficiente per essere simili».

53. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:

a. «È sufficiente sapere che due rettangoli hanno i lati uguali per essere certi che i rettangoli sono uguali»;
b. «È necessario sapere che due rettangoli sono uguali per stabilire che i rettangoli hanno i lati uguali»;
c. «Per due rettangoli avere i lati uguali è condizione necessaria e sufficiente per essere uguali».

54. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:

a. «È sufficiente sapere che due rettangoli hanno i lati in proporzione per essere certi che i rettangoli sono simili»;
b. «È necessario sapere che due rettangoli sono simili per stabilire che i rettangoli hanno i lati in proporzione»;
c. «Per due rettangoli avere i lati in proporzione è condizione necessaria e sufficiente per essere simili».

55. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che due rette, tagliate da una trasversale, formano angoli alterni interni uguali per essere certi che le rette sono parallele»;
b. «È necessario sapere che due rette sono parallele per stabilire che le rette, tagliate da una trasversale, formano angoli alterni interni uguali»;
c. «Per due rette, tagliate da una trasversale, formare angoli alterni interni uguali è condizione necessaria e sufficiente per essere parallele».

56. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che due rette hanno la stessa pendenza per essere certi che le rette sono parallele»;
b. «È necessario sapere che due rette sono parallele per stabilire che le rette hanno la stessa pendenza»;
c. «Condizione necessaria e sufficiente perché due rette siano parallele è che abbiano la stessa pendenza».

57. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che un numero è diverso da 0 per essere certi che il numero ha il suo reciproco»;
b. «È necessario sapere che un numero ha il suo reciproco per stabilire che il numero è diverso da 0»;
c. «Condizione necessaria e sufficiente perché un numero abbia il reciproco è che il numero sia diverso da 0».

58. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che il divisore è diverso da 0 per essere certi che la divisione ha risultato»;
b. «È necessario sapere che una divisione ha risultato per stabilire che il divisore è diverso da 0»;
c. «Condizione necessaria e sufficiente perché una divisione abbia risultato è che il divisore sia diverso da 0».

59. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che uno dei fattori vale 0 per essere certi che un prodotto vale 0»;
b. «È necessario sapere che un prodotto vale 0 per stabilire che uno dei fattori vale 0»;
c. «Condizione necessaria e sufficiente perché un prodotto valga 0 è che uno dei fattori valga 0».

60. Scrivere i seguenti tre enunciati nella forma di un'implicazione o di una doppia implicazione:
a. «È sufficiente sapere che un numero reale è negativo per essere certi che non si trova la radice quadrata del numero»;
b. «È necessario sapere che non si trova la radice quadrata di un numero reale per stabilire che il numero è negativo»;
c. «Condizione necessaria e sufficiente perché un numero reale non abbia radice quadrata reale è che il numero sia negativo».

Definizioni e termini primitivi, teoremi e assiomi

Le definizioni

61. Considerando noto il significato dei termini triangolo e angolo retto, costruire la definizione di triangolo rettangolo, completando le seguenti frasi:
a. «Un triangolo è rettangolo se e solo se ....»;
b. «Si dice che un triangolo è rettangolo se e solo se ....».

62. Considerando noto il significato dei termini triangolo e angolo acuto, costruire la definizione di triangolo acutangolo, completando le seguenti frasi:
a. «Un triangolo è acutangolo se e solo se ....» ;
b. «Si dice che un triangolo è acutangolo se e solo se ....».

63. Considerando noto il significato dei termini triangolo e angolo ottuso, costruire la definizione di triangolo ottusangolo, completando le seguenti frasi:
a. «Un triangolo è ottusangolo se e solo se ....» ;
b. «Si dice che un triangolo è ottusangolo se e solo se ....».

64. Esaminare la seguente definizione:
«Un quadrilatero è un parallelogramma se e solo se ha i lati opposti paralleli».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. elencare i termini di cui deve essere noto il significato per costruire la definizione;
b. scrivere la definizione nella forma di una doppia implicazione.

65. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Un quadrilatero è un trapezio se e solo se ha due lati fra loro paralleli».

66. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Un quadrilatero è un rombo se e solo se ha i lati fra loro uguali».

67. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Un quadrilatero è un rettangolo se e solo se ha gli angoli uguali».

68. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Un quadrilatero è un deltoide se e solo se ha i lati consecutivi uguali a coppie».

69. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Due parallelogrammi sono equivalenti se e solo se sono equiscomponibili».

70. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Due equazioni di 1° grado sono equivalenti se e solo hanno la stessa soluzione».

71. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Due sistemi di 1° grado sono equivalenti se e solo hanno la stessa soluzione».

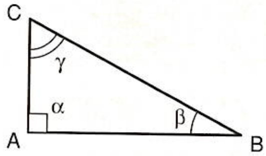
72. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Due frazioni sono equivalenti se e solo danno luogo allo stesso numero decimale».

73. Ripetere l'esercizio 64, a partire dalla seguente definizione:
«Una frazione è ridotta ai minimi termini se e solo se il numeratore e il denominatore sono primi fra loro».

I teoremi

74. Esaminare la fig. 6 e completare la dimostrazione del seguente teorema:
«La somma degli angoli acuti di un triangolo vale 90° se e solo se il triangolo è rettangolo».

Figura 6 Dimostrare che la somma degli angoli acuti di un triangolo vale 90° se e solo se il triangolo è rettangolo



$H: \alpha = 90°$
$T: \beta + \gamma = 90$

Teorema $H \rightarrow T$

(H)

$\alpha = 90°$

$\downarrow$

$\cdots + \beta + \gamma = \cdots$

$\downarrow$

$\beta + \gamma = 90°$

(T)

la somma degli angoli interni di un triangolo vale 180°

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Si sottrae ai due membri 90°

Teorema inverso $T \rightarrow H$

(T)

$\beta + \gamma = 90°$

$\downarrow$

$\alpha + \cdots\cdots = 180°$

$\downarrow$

$\alpha = 90°$

(H)

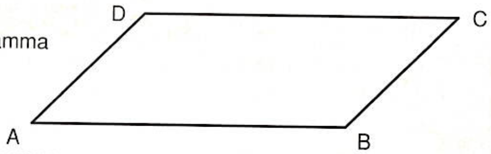
la somma degli angoli interni di un triangolo vale 180°

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Si sottrae ai due membri 90°

75. Esaminare la fig. 7 e completare la dimostrazione del seguente teorema:
«Un quadrilatero è un parallelogramma se e solo se ha i lati opposti uguali».

Figura 7 Dimostrare che un quadrilatero è un parallelogramma se e solo se ha i lati opposti uguali



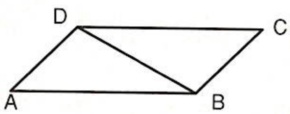
H: AB // DC e AD // BC
T: AB = DC e AD = BC

Teorema $H \rightarrow T$

(H)

AB // DC e AD // BC

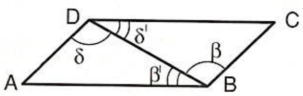
costruzione: si traccia la diagonale DB



$\downarrow$

due rette parallele tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni uguali

$\delta = \beta$ e $\delta' = \beta'$



$\downarrow$

secondo criterio di uguaglianza dei triangoli

$\overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{BDC}$

$\downarrow$

AD = BC e AB = DC

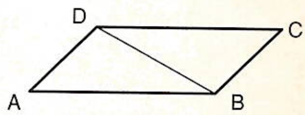
(T)

Teorema inverso $T \rightarrow H$

(T)

AD = BC e AB = DC

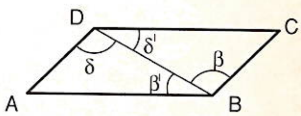
costruzione: si traccia la diagonale DB



$\downarrow$

terzo criterio di uguaglianza dei triangoli

$\overset{\triangle}{ABD} = \overset{\triangle}{BDC}$



$\downarrow$

$\delta = \beta$ e $\delta' = \beta'$

$\downarrow$

se due rette tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni uguali, allora sono parallele

AB // DC e AD // BC

(H)

76. Dopo aver svolto l'esercizio 75, organizzare in modo analogo la dimostrazione del seguente teorema:
«Un quadrilatero è un parallelogramma se e solo se ha gli angoli opposti uguali».

77. Dopo aver svolto l'esercizio 75, organizzare in modo analogo la dimostrazione del seguente teorema:
«Un quadrilatero è un parallelogramma se e solo se ha le diagonali che si tagliano a metà».

78. Esaminare i seguenti enunciati:
a. «Un quadrilatero è inscritto in una circonferenza se e solo se tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza»;
b. «Un quadrilatero è inscritto in una circonferenza se e solo se ha la somma degli angoli opposti che vale 180°».
Spiegare come si può stabilire quale dei due enunciati è un teorema e quale è una definizione.

79. Esaminare i seguenti enunciati:
a. «Un quadrilatero è circoscritto a una circonferenza se e solo se ha tutti i lati tangenti alla circonferenza»;
b. «Un quadrilatero è circoscritto a una circonferenza se e solo se sono uguali le somme dei lati opposti».
Spiegare come si può stabilire quale dei due enunciati è un teorema e quale è una definizione.

Collegamenti col paragrafo precedente

80. Esaminare il seguente teorema:
«Un rettangolo ha le diagonali uguali».
Risolvere i seguenti quesiti:
a. individuare l'ipotesi H e la tesi T;
b. scrivere l'enunciato sotto forma di implicazione;
c. dimostrare il teorema.

81. Riprendere il teorema assegnato nell'esercizio 80 e risolvere i seguenti quesiti:
a. scrivere l'enunciato mediante la condizione necessaria;
b. scrivere l'enunciato mediante la condizione sufficiente;
c. esaminare il teorema inverso.

82. Ripetere gli esercizi 80 e 81 a partire dal seguente teorema:
«Un trapezio isoscele ha le diagonali uguali».

83. Ripetere gli esercizi 80 e 81 a partire dal seguente teorema:
«Un rombo ha le diagonali perpendicolari».

84. Ripetere gli esercizi 80 e 81 a partire dal seguente teorema:
«Un deltoide ha le diagonali perpendicolari».

85. Ripetere gli esercizi 80 e 81 a partire dal seguente teorema:
«Un rombo è un parallelogramma».

86. Ripetere gli esercizi 80 e 81 a partire dal seguente teorema:
«Un rettangolo è un parallelogramma».

Sulle geometrie non euclidee

87. Dopo aver svolto l'esercizio 64, spiegare perché sulla sfera non si può disegnare un parallelogramma.

88. Dopo aver svolto l'esercizio 65, spiegare perché sulla sfera non si può disegnare un trapezio.

89. Esaminare la fig. 8 e risolvere i seguenti quesiti:
a. completare la figura per dimostrare che, sul piano, la somma degli angoli interni di un triangolo vale sempre 180°;
b. spiegare perché la dimostrazione è basata sul quinto postulato di Euclide.

Figura 8
Dimostrare che, sul piano, la somma degli angoli esterni vale sempre 180°

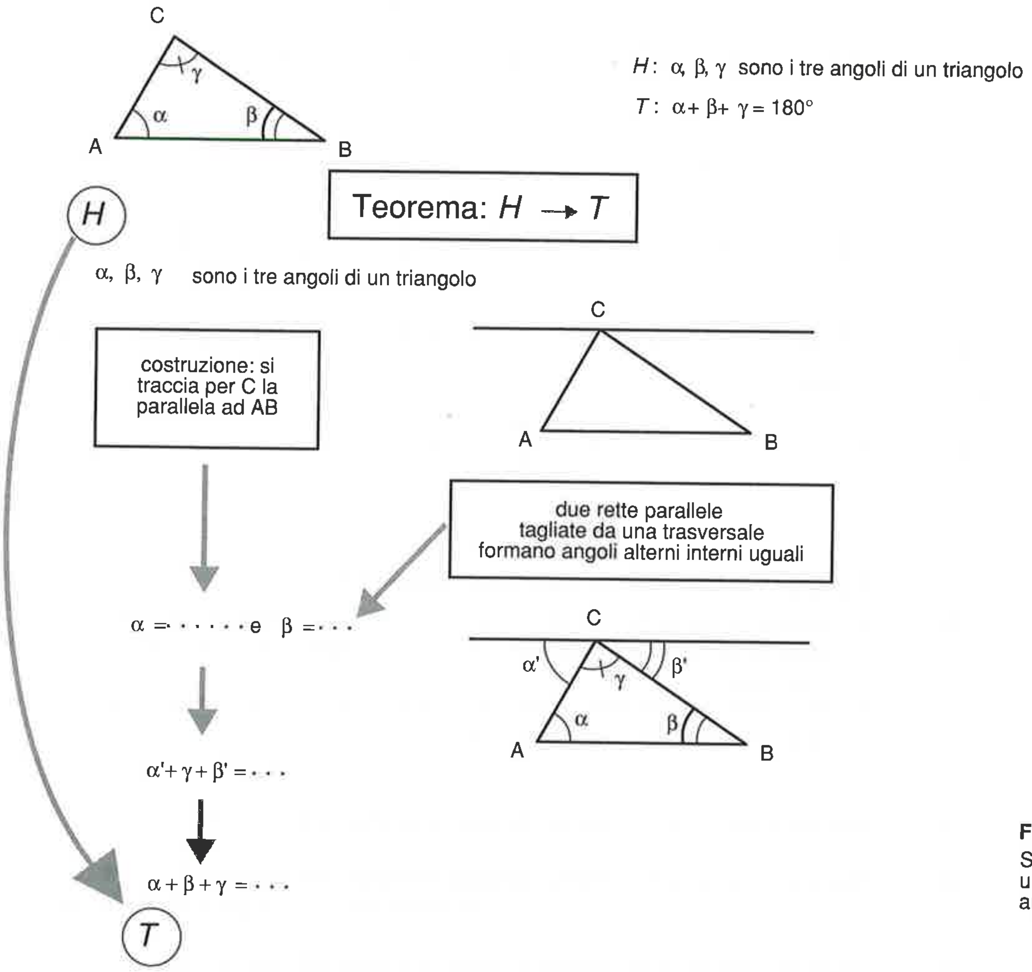
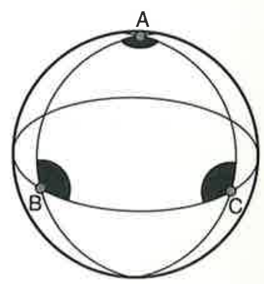


Figura 9
Sulla sfera è disegnato un triangolo con tre angoli retti



90. Dopo aver svolto l'esercizio 89, esaminare la fig. 9, in cui è disegnato sulla sfera un triangolo ABC con tre angoli retti; risolvere i seguenti quesiti:
a. calcolare la somma degli angoli interni del triangolo;
b. spiegare perché sulla sfera la somma degli angoli interni di un triangolo non vale sempre180°.