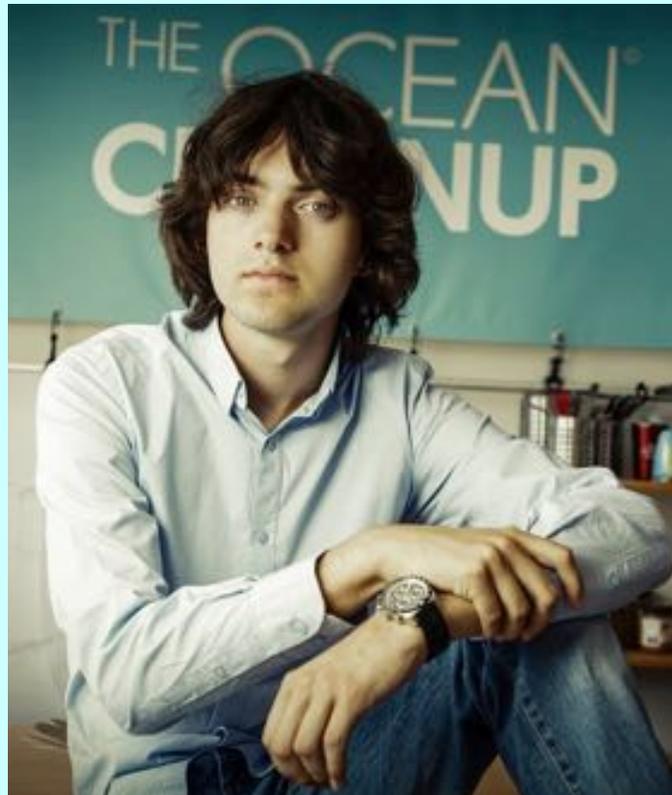


# **Funzioni composte: dalla realtà alla matematica**

# Un progetto innovativo

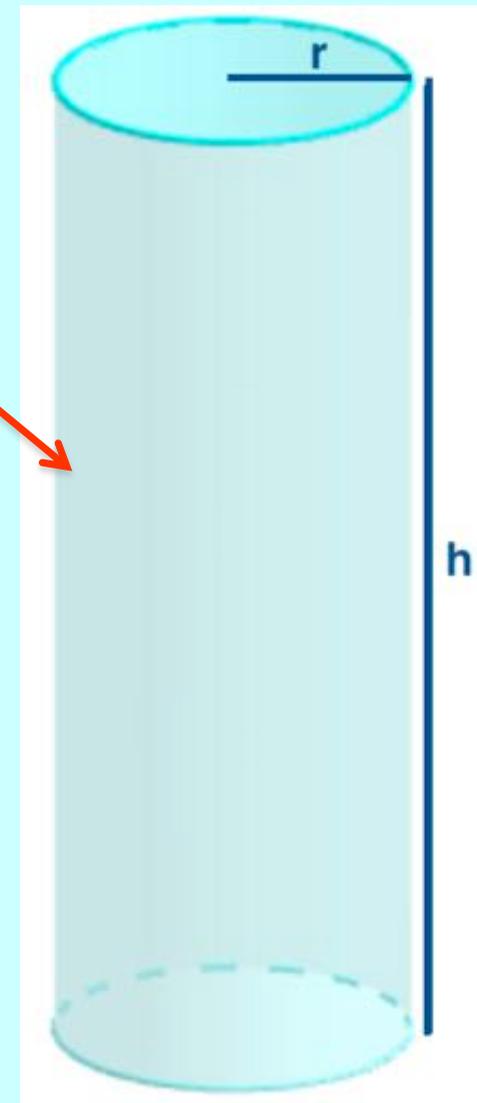
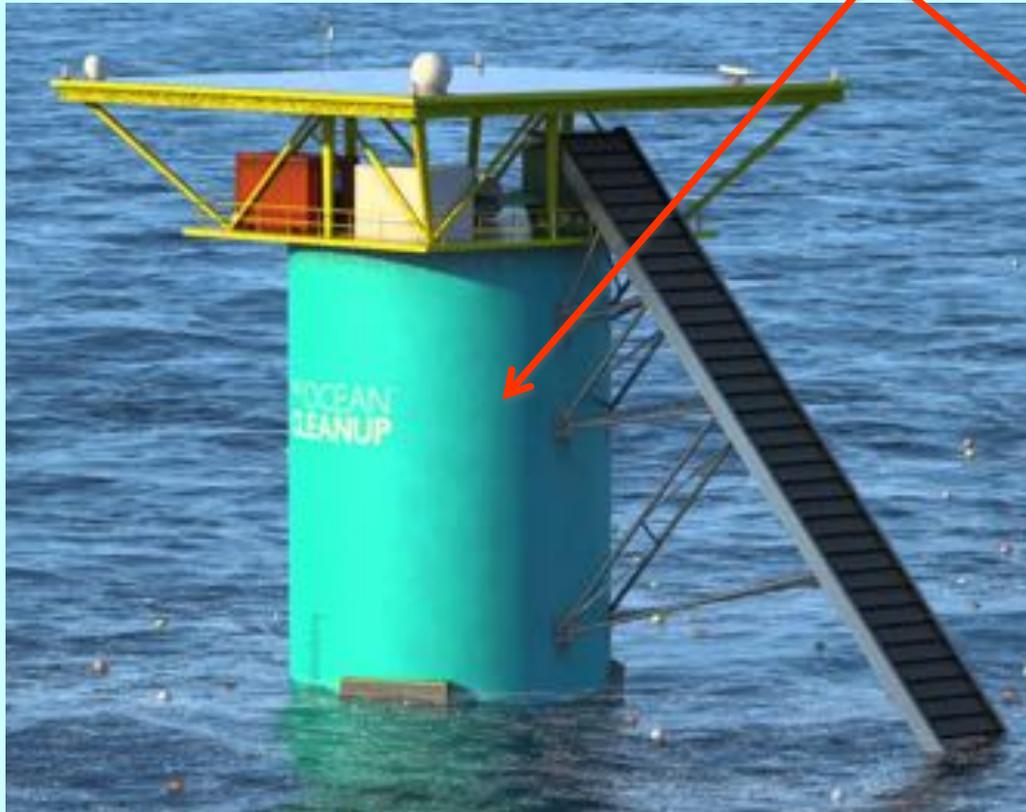
Un ricercatore olandese ha progettato un innovativo sistema galleggiante per ripulire gli oceani dalla plastica.



**Boyan Slat, Olanda 1994**

# Un cilindro che accumula plastica

Il sistema, ora in via di sperimentazione, raccoglie la plastica in una vasta zona di oceano e l'accumula in un cilindro.

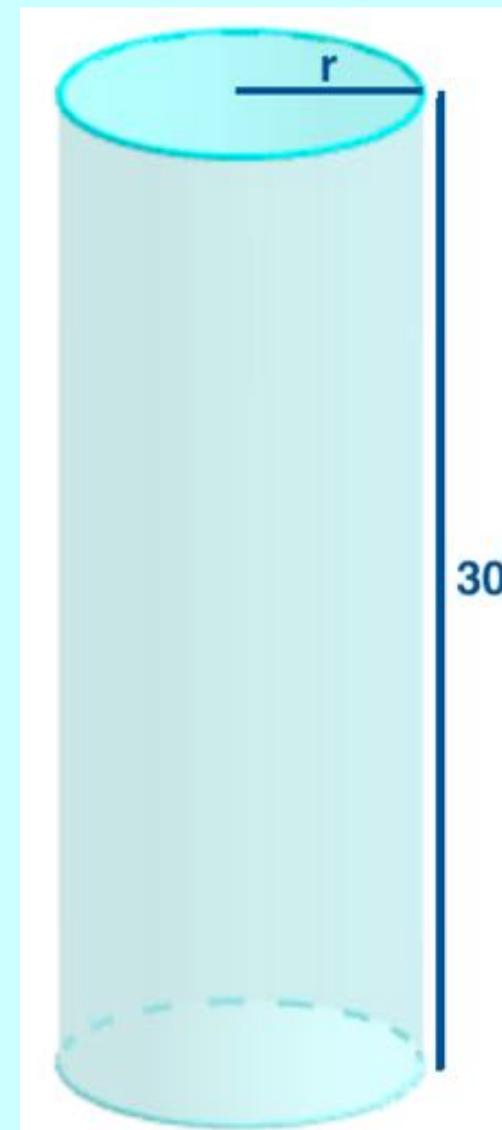


# Comporre funzioni nella realtà

Ogni giorno il sistema accumula  $65\text{m}^3$  di plastica nel cilindro, che deve essere svuotato appena è pieno.

In fase di progettazione, **il cilindro doveva avere un'altezza  $h = 30\text{m}$** , determinata dalle condizioni dell'oceano, e **bisognava scegliere il raggio  $r$** .

Lo studio necessario: collegare il raggio  $r$  con il volume  $V$  di plastica accumulata al passare del tempo  $t$ , misurato in giorni. Vediamo come si può ragionare.



# Comporre funzioni nella realtà

Ogni giorno accumulo nel cilindro  $65\text{m}^3$  di plastica;  
in  $t$  giorni accumulo un volume  $V$  di plastica dato da:

$$V = 65t$$

$V$  funzione  
del tempo  $t$

Il cilindro riempito dalla plastica ha volume  $V$  e altezza  
 $30\text{m}$ , perciò posso ricavare il raggio  $r$ .

$$V = \pi r^2 \cdot 30 \Rightarrow r^2 = \frac{V}{30\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{30\pi}}$$

$r$  funzione  
del volume  $V$

**Compongo** le due funzioni

$$t \xrightarrow{65t} V \xrightarrow{\sqrt{\frac{V}{30\pi}}} r = \sqrt{\frac{65t}{30\pi}}$$

**FUNZIONE  
COMPOSTA**  
 $r$  funzione  
del tempo  $t$

# Un problema risolto con la funzione composta

Una buona offerta economica propone una nave che svuota il cilindro ogni 45 giorni. Quanti metri deve essere lungo il raggio  $r$ ?

$$\left. \begin{array}{l} r = \sqrt{\frac{65t}{30\pi}} \\ t = 45 \end{array} \right\} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{65 \cdot 45}{30\pi}} \cong 5,57$$

# Funzione composta in matematica

## Un esempio

Indico le variabili con  $x$ ,  $z$ ,  $y$  e compongo due funzioni che 'somigliano' a quelle esaminate nel problema:

$$z = 4x \text{ e } y = \sqrt{z}$$

Ottengo

$$x \xrightarrow{4x} z \xrightarrow{\sqrt{z}} y = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x}$$

# Funzione composta in matematica

## Un esempio

Una tabella per esaminare meglio le funzioni

**Posso calcolare  $y$  solo se  
 $z \geq 0 \Leftrightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$**

$x$	$z = 4x$	$y = \sqrt{z} \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$
-2	-8	$\sqrt{-8}$ non è un numero reale
-1	-4	$\sqrt{-4}$ non è un numero reale
0	0	$\sqrt{0} = 0$
1	4	$\sqrt{4} = 2$
2	8	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$

Per comporre le due funzioni:

- scelgo  $x$  nel dominio di  $4x$  e ottengo  $z$ ;
- solo se  $z$  appartiene al dominio di  $\sqrt{z}$  posso calcolare  $y$ .

Il dominio della funzione composta è costituito dai soli valori  $x \geq 0$ , per i quali posso calcolare  $y$ .

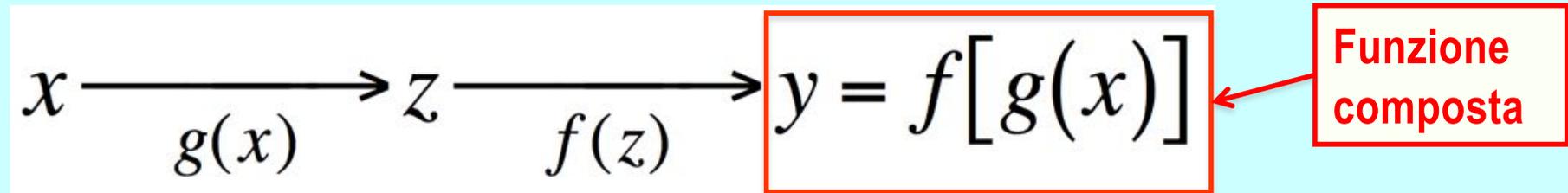
# Funzione composta in matematica

## In generale

Indico le variabili con  $x$ ,  $z$ ,  $y$  e compongo due funzioni:

$$z = g(x) \text{ e } y = f(z)$$

Ottengo



Posso comporre le funzioni solo se  $z$  appartiene al dominio di  $f(z)$ .

Perciò il dominio della funzione composta è formato solo dai valori di  $x$  che permettono di comporre le funzioni.

# Vocabolario matematico

Compongo due funzioni  $z = g(x)$  e  $y = f(z)$

Ottengo

$$x \xrightarrow{g(x)} z \xrightarrow{f(z)} y = f[g(x)]$$

$$y = f(g(x))$$

$$y = (f \circ g)(x)$$

Simboli alternativi che si trovano in vari testi

# Composizione di funzioni in matematica

Se cambia l'ordine delle funzioni, cambia anche la funzione composta ottenuta.

## Esempi

$$x \xrightarrow{4x} z \xrightarrow{\sqrt{z}} y = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x}$$

$$x \xrightarrow{\sqrt{x}} z \xrightarrow{4z} y = 4\sqrt{x}$$

$$x \xrightarrow{x+3} z \xrightarrow{z^2} y = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$x \xrightarrow{x^2} z \xrightarrow{z+3} y = x^2 + 3$$