

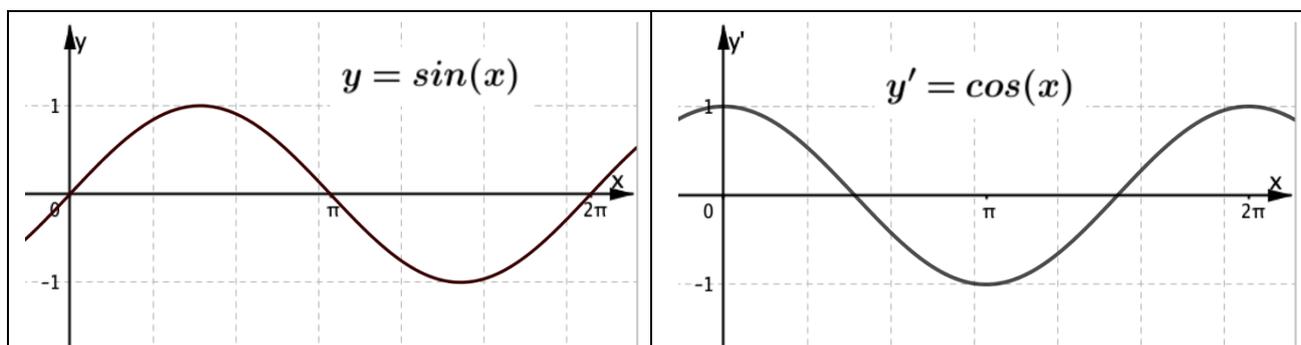
## Derivate di funzioni elementari I. Esercizi

1. Completa la tabella seguente.

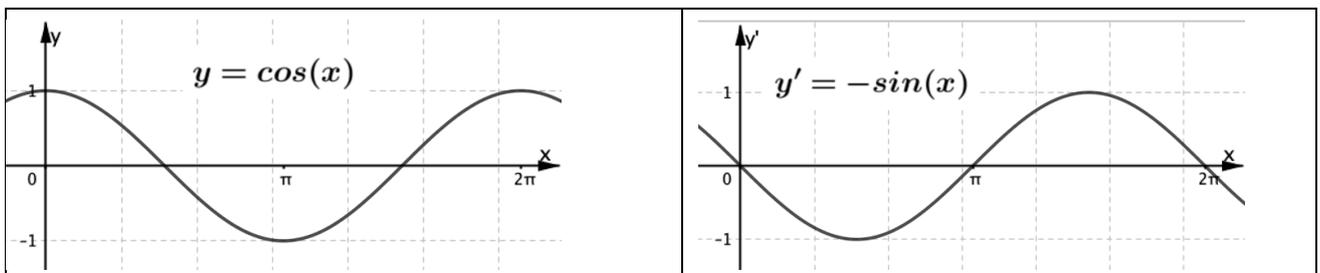
Funzione	Derivata	Ascissa $a$	Derivata nel punto di ascissa $a$
$y = \pi$		$a = -3$	
$y = x$		$a = \frac{2}{5}$	
$y = \cos(\pi)$		$a = 2\pi$	
$y = \sin(x)$		$a = \pi$	
$y = \cos(x)$		$a = 0$	

2. Qui sotto sono disegnati i grafici di  $y = \sin(x)$  e della sua derivata  $y' = \cos(x)$ ; rispondi ai quesiti seguenti:

- a. Il punto  $A$  della sinusoide ha ascissa  $\pi$ ; completa le seguenti frasi:
  - L'ordinata del punto  $A$  è data da .....
  - La pendenza  $m_A$  della tangente  $t_A$  alla sinusoide in  $A$  è  $m_A = \dots\dots\dots$
- b. traccia il grafico della retta  $t_A$ .
- c. Il punto  $B$  della sinusoide ha ascissa  $\frac{\pi}{3}$ ; completa le seguenti frasi:
  - L'ordinata del punto  $B$  è data da .....
  - la pendenza  $m_B$  della tangente  $t_B$  alla cosinusoide in  $B$  è  $m_B = \dots\dots\dots$
- d. traccia il grafico della retta  $t_B$ .
- e. indica sulla sinusoide i punti che hanno la tangente parallela alla retta  $y = x + 4$ .
- f. Come puoi individuare sulla sinusoide punti che hanno le tangenti fra loro parallele?



3. Qui sotto sono disegnati i grafici di  $y = \cos(x)$  e della sua derivata  $y' = -\sin(x)$ ; rispondi ai seguenti quesiti:
- Il punto  $A$  della cosinusoide ha ascissa  $\pi$ ; completa le frasi qui sotto e rispondi ai quesiti seguenti:
    - L'ordinata del punto  $A$  è data da .....
    - La pendenza  $m_A$  della tangente  $t_A$  alla cosinusoide in  $A$  è  $m_A = \dots\dots\dots$
  - traccia il grafico della retta  $t_A$ .
  - Il punto  $B$  della cosinusoide ha ascissa  $\frac{\pi}{6}$  e completa le seguenti frasi:
    - L'ordinata del punto  $B$  è data da .....
    - la pendenza  $m_B$  della tangente  $t_B$  alla cosinusoide in  $B$  è  $m_B = \dots\dots\dots$
  - traccia il grafico della retta  $t_B$ .
  - indica sulla sinusoide i punti che hanno la tangente parallela alla retta  $y = x + 4$ .
  - Come puoi individuare sulla sinusoide punti che hanno le tangenti fra loro parallele?



Ricorda le formule di prostaferesi richiamate qui sotto e risolvi gli esercizi seguenti

$$\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\operatorname{cos} p - \operatorname{cos} q = -2 \operatorname{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

4. Calcola la derivata di  $y = \sin(x)$  applicando le formule di prostaferesi.

(Si ottiene

$$\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x = 2 \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \operatorname{sen} \frac{h}{2}$$

e quindi

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{2}{h} \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \operatorname{sen} \frac{h}{2} = \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \frac{\operatorname{sen} \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

Per semplificare i calcoli, si può introdurre la variabile

$$z = \frac{h}{2}$$

tenendo presente che, se  $h \rightarrow 0$ , anche  $z \rightarrow 0$ . Così si calcola subito

$$\lim_{z \rightarrow 0} \cos(x+z) \cdot \frac{\operatorname{sen} z}{z} = \cos x.$$

5. Calcola la derivata di  $y = \cos(x)$  applicando le formule di prostaferesi.