Problemi su esponenziali e logaritmi in base *e*

*A. Completa la risoluzione dei seguenti problemi*

**1.** Un gruppo di psicologi studiano la diffusione di un pettegolezzo all’interno di un gruppo circoscritto di persone, come ad esempio gli studenti di una scuola, e trovano la seguente legge:

***F = 1– ekt***

dove

* ***t*** è il tempo misurato in giorni;
* ***k*** è una costante che dipende da vari fattori, fra i quali la verosimiglianza del pettegolezzo;
* ***F*** è la frazione di persone che conoscono il pettegolezzo dopo ***t*** giorni.

Rispondi ai seguenti quesiti e, quando esegui i calcoli con il tascabile, scrivi il risultato arrotondato con 2 cifre dopo la virgola.

1. Uno psicologo mette circolazione un pettegolezzo in una scuola e rileva che, dopo 3 giorni, il 40% degli studenti conosce il pettegolezzo; quanto vale la costante ***k*** in questo esperimento?
2. Applica la legge per prevedere la frazione ***F*** di studenti che conosce il pettegolezzo dopo 6 giorni.

***a.*** *Sostituisco i dati nella formula e ottengo:*

***0,4 = 1 – e3k***

*Sottraggo* ***1*** *ai due membri ed eseguo le operazioni indicate, così ottengo:*

***–0,6 =******…….*** *da cui* ***0,6 =******…….***

*Per esplicitare* ***k*** *applico la definizione di logaritmo naturale ed eseguo i calcoli col tascabile:*

***3k*** ***=*** ***………..*** *da cui* ***k*** ***=*** ***…………….***≅ ***–0,17***

***b.*** *Sostituisco i dati nella formula ed eseguo i calcoli col tascabile; così ottengo:*

***F = 1– ……………. ≅ ………… = 64%***

**2.** Un test psicologico chiede di memorizzare una lista di parole prive di senso; alcuni psicologici hanno somministrato questo test a un numeroso gruppo di persone e hanno trovato la seguente legge:

***F = 1 – k ln(t + 1)*** con ***ln(t + 1) = loge(t + 1)***

dove

* ***t*** è il tempo misurato in ore;
* ***k*** è una costante che dipende da vari fattori, fra i quali la lunghezza della lista di parole;
* ***F*** è la frazione di persone che ricordano tutte le parole della lista dopo ***t*** ore.

Rispondi ai seguenti quesiti.

1. Uno psicologo propone il test a un gruppo di persone e rileva che, dopo 3 ore, solo la metà ricorda l’intero elenco; quanto vale la costante ***k*** in questo esperimento?
2. Basati sulla legge per prevedere la frazione ***F*** di persone che ricorderà l’intero elenco dopo 6 ore.

Quando esegui i calcoli con il tascabile, scrivi il risultato arrotondato con 2 cifre dopo la virgola.

***a.*** *Sostituisco i dati nella formula e ottengo:*

***0,5 = ……………………***

*Sottraggo* ***1*** *ai due membri ed eseguo le operazioni indicate, così ottengo:*

***–0,5* =** ***…………………..***

*Per esplicitare* ***k*** *divido i due membri per* ***– ln 4*** *ed eseguo i calcoli col tascabile:*

***k*** ***=*** ***………….*** ≅ ***0,36***

***b.*** *Sostituisco i dati nella formula ed eseguo i calcoli col tascabile; così ottengo:*

***F = 1 – ………………..*** ≅ ***…………. = 30%***

*B. Risolvi i seguenti problemi*

1. Intorno alla metà del 1800, i fisici tedeschi G. Fechner e E.Weber hanno studiato le reazioni dell’organismo umano sottoposto ad uno stimolo fisico, come ad esempio un suono, una luce, … .  
   Così hanno trovato che l’intensità ***S*** della sensazione aumenta all’aumentare dell’intensità ***P*** dello stimolo, ma ***S*** non è proporzionale a ***P***; vale invece, in prima approssimazione, la legge:



dove ***P0*** è *l’intensità di soglia* dello stimolo fisico, cioè la massima intensità ***P*** che produce ***S*** = 0.

Il più piccolo peso che una persona riesce a percepire è ***P0*** = 0,5 grammi; calcola il rapporto fra le sensazioni ***S1*** ed ***S2***, corrispondenti ai pesi ***P1*** = 10g e ***P2***= 100g.

1. In un’industria alimentare, un pezzo di carne, che si trova a temperatura ambiente, viene messo in frigorifero e gradualmente si raffredda, secondo la seguente legge:

***T = T1 + (T0 – T1)ekt***

dove

* ***T*** è la temperatura variabile della carne, misurata in gradi centigradi (°C);
* ***t*** è il tempo, misurato in ore;
* ***T0*** è la temperatura ambiente e ***T1*** è la temperatura all’interno del frigorifero;
* ***k*** è una costante che dipende anche dal tipo di carne.

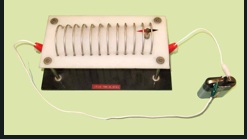
1. La temperatura ambiente è di 30° e la temperatura del frigorifero è 5°; la temperatura della carne dopo 1 ora di permanenza nel frigorifero vale 20°; quanto vale ***k***?
2. Quale sarà la temperatura della carne dopo 2 ore?
3. Gli altimetri sono basati sul fatto che all’aumentare della quota ***h*** diminuisce la pressione atmosferica ***p***, che dipende anche dalla temperatura ***T*** secondo la legge seguente:



dove

* la quota ***h*** è misurata in metri e ***T*** è la temperatura, misurata in gradi centigradi (°C);
* la pressione ***p*** è misurata in hPa e ***p0*** è la pressione al livello del mare (***p0≅*** 100 hPa);
  1. Durante una scalata del monte Everest, due alpinisti rilevano una temperatura ***T*** = –13° e una pressione ***p*** = 35hPa. A quale quota si trovano i due scalatori?
  2. Una guida alpina rileva una quota ***h*** = 8090 e una temperatura ***T*** = – 30° ; a quale pressione atmosferica si trova la guida?

1. Il passaggio di corrente in un solenoide è regolato dalla seguente legge:



dove

* ***E*** è la tensione applicata al solenoide, misurata in Volt;
* ***i*** è l’intensità di corrente misurata in milliampère;
* ***t*** è il tempo misurato in millisecondi.

1. Quale corrente ottengo dopo un tempo ***t*** = 4ms, se applico una tensione ***E*** = 8V?
2. Quale tensione bisogna applicare per avere una corrente ***i*** = 10mA, dopo un tempo ***t*** = 2ms?
3. La resistività ***r*** di un semiconduttore varia al variare della temperatura assoluta ***T*** secondo la legge:

r_T

dove ***r*** è misurata in ohm per metro e ***T*** è misurata in gradi Kelvin.

Le misure su un campione di silicio hanno dato i risultati qui a fianco.

1. Calcola il valore dei coefficienti ***A*** e ***B***.
2. Basati sulla legge per prevedere la resistività ***r*** del silicio alla temperatura ***T*** = 353.