

## Equazioni di 1° grado

1. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle che sono equazioni di 1° grado, motivando la scelta.

$$x^2+4x=3x+5 \quad 2x+4=3x+5 \quad 3^2+4x=3x+5 \quad 3^2+4\cdot 2=3\cdot 2+5$$

2. Fra le seguenti uguaglianze scegliere quelle che sono equazioni di 1° grado, motivando la scelta.

$$y^3-6y=4y-2 \quad 2^3-6y=4y-2 \quad 3y-6=4y-2 \quad 2^3-6\cdot 3=4\cdot 3-2$$

3. Completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

Equazione	Primo membro	Secondo membro
$4x+1=-3x$	$4x+1$	$-3x+0$
$5=8x+2$		
$-3x=6$		
	$0x+6$	$-5x+0$
	$\frac{1}{2}x+0$	$0x-\frac{1}{4}$
	$-1\cdot x+0$	$0\cdot x+0$

## Equazioni equivalenti

4. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$2x=3 \quad x=3-2 \quad x=\frac{3}{-2} \quad x=\frac{3}{2}$$

5. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$-3x+4=5 \quad -3x=5-4 \quad -3x=\frac{5}{-4} \quad 3x=\frac{5}{4}$$

6. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$\frac{1}{2}x=7 \quad x=\frac{7}{2} \quad x=7\cdot 2 \quad x=\frac{7}{-2}$$

7. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$-x+\frac{1}{3}=8 \quad -x=8\cdot 3 \quad -x=8-3 \quad -x=8-\frac{1}{3}$$

8. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$-2x=\frac{1}{4} \quad x=\frac{1}{4}+2 \quad x=\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad x=\frac{1}{4}(-2)$$

9. Fra le seguenti equazioni scegliere quelle equivalenti, motivando la scelta.

$$-\frac{2}{3}x=0 \quad x=\frac{2}{3} \quad x=0 \quad x=\frac{3}{2}$$

10. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=0$ .

11. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=1$ .

12. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=-1$ .

13. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=\frac{1}{2}$ .

14. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=2$ .

15. Scrivere quattro equazioni equivalenti all'equazione  $x=-2$ .

## Risolvere equazioni

Esaminare le equazioni degli esercizi dal n. 16 al n. 55 e risolvere i seguenti quesiti:  
 a. determinare la soluzione di ogni equazione, descrivendo il procedimento seguito;  
 b. verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

16.  $x+4=6$        $6=x+4$        $x-2=0$        $0=x-2$
17.  $x+3=3$        $3=x+3$        $x-8=-8$        $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+x$
18.  $\frac{1}{4}-x=0$        $0=-x+\frac{1}{4}$        $-x+7=3,5$        $3,5=-x+7$
19.  $5-x=5$        $-4=-4-x$        $-x+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$        $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}-x$
20.  $-2-x=8$        $-2+x=8$        $7,5=-0,5-x$        $7,5=-0,5+x$
21.  $-3+x=-3$        $\frac{1}{5}-x=\frac{1}{5}$        $-0,5=-0,5+x$        $4,73-x=4,73$
22.  $-\frac{4}{5}=x+\frac{1}{5}$        $0,5=0,5-x$        $1,5=0,5-x$        $-x-0,99=0,01$
23.  $\frac{4}{3}=x+\frac{1}{3}$        $x-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$        $x+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$        $-x+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$
24.  $0,9=x-0,1$        $0,1-x=0,9$        $0,85-x=-0,15$        $0,85+x=0,15$
25.  $-10^2=-x+10^3$        $-x-10^4=-3\cdot 10^4$        $x+10^5=-10^5$
26.  $-10^{-2}=-x+10^{-3}$        $-x-10^{-4}=-3\cdot 10^{-4}$        $x+10^{-5}=-10^{-5}$
27.  $4x=12$        $16=4x$        $4x=20$        $28=4x$
28.  $-3x=12$        $15=-3x$        $-3x=18$        $21=-3x$
29.  $5x=-10$        $-15=5x$        $-5x=50$        $100=-5x$
30.  $-6x=-12$        $-18=-6x$        $-6x=-24$        $-60=-6x$
31.  $8x=8$        $-8=-8x$        $-4x=-4$        $4=4x$
32.  $8x=-8$        $8=-8x$        $4x=-4$        $4=-4x$
33.  $-7x=0$        $0=10x$        $-5x=0$        $0=5x$
34.  $-7x=3$        $-4=10x$        $-5x=8$        $3=9x$
35.  $\frac{5}{2}x=15$        $8=\frac{4}{9}x$        $\frac{3}{4}x=3$        $3=\frac{3}{7}x$
36.  $2x=\frac{1}{5}$        $\frac{4}{3}=3x$        $5x=\frac{5}{6}$        $\frac{1}{2}=2x$
37.  $\frac{5}{2}x=\frac{5}{2}$        $\frac{4}{9}=\frac{4}{9}x$        $\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}$        $\frac{3}{7}=\frac{3}{7}x$
38.  $\frac{15}{4}x=-\frac{15}{4}$        $-\frac{14}{9}=\frac{14}{9}x$        $\frac{13}{4}x=-\frac{13}{4}$        $-\frac{12}{7}=\frac{12}{7}x$
39.  $-\frac{7}{27}x=0$        $0=\frac{10}{29}x$        $-\frac{13}{4}x=0$        $0=\frac{15}{7}x$

40.  $\frac{6}{5}x = \frac{12}{10}$        $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}x$        $\frac{1}{3}x = \frac{5}{6}$        $\frac{3}{7} = \frac{6}{7}x$
41.  $\frac{5}{8}x = \frac{3}{4}$        $\frac{7}{2} = \frac{4}{7}x$        $\frac{3}{4}x = \frac{5}{4}$        $\frac{3}{8} = \frac{3}{4}x$
42.  $-\frac{5}{6}x = \frac{7}{6}$        $-\frac{4}{9} = \frac{4}{3}x$        $-\frac{3}{4}x = \frac{7}{4}$        $-\frac{8}{7} = \frac{5}{7}x$
43.  $7,145x = -7,145$        $3,84 = -0,5x$        $-15,3 = -0,2x$
44.  $-0,01x = -1$        $0,0001 = -0,1x$        $-0,0001x = 0,1$
45.  $2 \cdot 10^6 x = 2$        $2 \cdot 10^6 = -10^6 x$        $-10^3 x = 10^4$
46.  $2 \cdot 10^{-6} x = 2$        $2 \cdot 10^{-6} = -10^{-6} x$        $-10^{-4} x = 10^{-3}$
47.  $6x + 5 = 17$        $3x + 1 = 7$        $11 = 2x + 3$
48.  $3x - 4 = 5$        $20 = 8x - 4$        $4x - 10 = 2$
49.  $1 - 2x = 7$        $15 = 5 - 5x$        $20 - 4x = 20$
50.  $-6x - 5 = 13$        $-10x - 8 = 12$        $30 = -5 - 7x$
51.  $-14x - 8 = -36$        $-29 = -9 - 10x$        $-5 = -5 - 20x$
52.  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x$        $\frac{3}{5}x + \frac{1}{10} = \frac{1}{20}x$        $\frac{5}{6}x = \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$
53.  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$        $\frac{3}{5}x + \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$        $\frac{5}{6} = \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$
54.  $\frac{5}{3}x - \frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{4}x$        $\frac{3}{2}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - 3$        $\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{2} - 2x$
55.  $\frac{1}{3}x - \frac{3}{2} = 1 - \frac{2}{3}x$        $\frac{3}{4}x + \frac{5}{3} = \frac{5}{4}x - \frac{1}{3}$        $\frac{1}{4}x - 3 = \frac{1}{4} - 3x$

### Equazioni impossibili e indeterminate

56. Un'equazione di 1° grado si può sempre scrivere nella forma:

$$px + q = cx + d$$

Individuare i coefficienti  $p, q, c, d$  nelle equazioni assegnate qui sotto per completare la seguente tabella, come è mostrato nella prima riga.

Equazione	$p$	$q$	$c$	$d$
$3x - 5 = -6x + 7$	3	-5	-6	7
$-x + 8 = x$				
$9 = x - 9$				
$-\frac{1}{4}x = -4$				
	0	1	-1	0
	1	0	0	-1
	$\frac{1}{3}$	-3	3	$-\frac{1}{3}$
	2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2

57. Esaminare le seguenti equazioni:  
 $4x + 3 = -4x$        $-4x + 3 = -4x$        $-4x + 3 = 3$        $-4x + 3 = -4x + 3$

Risolvere i seguenti quesiti:

- indicare l'equazione impossibile;
- indicare l'equazione indeterminata;
- indicare le equazioni risolubili;
- determinare la soluzione di ogni equazione risolubile.

58. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$$-\frac{3}{4}x + 1 = \frac{3}{4}x \quad -\frac{3}{4}x + 1 = -\frac{3}{4}x + 1 \quad -\frac{3}{4}x + 1 = \frac{3}{4}x \quad \frac{3}{4}x + 1 = 0$$

59. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$$-x + \frac{5}{3} = \frac{5}{3}x \quad -x + \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad x - \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + x \quad x - \frac{5}{3} = x$$

60. Ripetere l'esercizio 57 a partire dalle seguenti equazioni:

$$2x - \frac{7}{4} = -\frac{7}{4}x \quad -2x + \frac{7}{4} = -\frac{7}{4} \quad 2x - \frac{7}{4} = \frac{7}{4} + 2x \quad 2x = 2x + \frac{7}{4}$$

61. Esaminare le equazioni assegnate qui sotto e risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché tutte le equazioni sono impossibili;
- modificare solo il secondo membro in modo da rendere le equazioni risolubili;
- modificare solo il primo membro in modo da rendere le equazioni risolubili.

$$-3x + 2 = -3x - 2 \quad \frac{1}{3}x + 1 = \frac{1}{3}x \quad 5x = 5x - 5 \quad -\frac{4}{5}x = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}$$

62. Esaminare le equazioni assegnate qui sotto e risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché tutte le equazioni sono indeterminate;
- modificare solo il secondo membro in modo da rendere le equazioni risolubili;
- modificare solo il primo membro in modo da rendere le equazioni risolubili.

$$-3x + 2 = -3x + 2 \quad \frac{1}{3}x + 1 = \frac{1}{3}x + 1 \quad 5x = 5x \quad -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}x = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}$$

63. Scrivere almeno quattro equazioni impossibili.
64. Scrivere almeno quattro equazioni indeterminate.
65. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 0.
66. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 1.
67. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero -1.
68. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero 3.
69. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero  $\frac{1}{3}$ .
70. Scrivere almeno quattro equazioni che abbiano come soluzione il numero -3.

## Problemi che conducono a risolvere equazioni di 1° grado

### Problemi di geometria piana

Risolvere i problemi assegnati negli esercizi dal n. 104 al n. 120 percorrendo le tappe indicate dal testo e cioè:

- I. visualizzare il problema con opportuni disegni;
  - II. scegliere l'incognita  $x$ ;
  - III. precisare le limitazioni dell'incognita;
  - IV. tradurre il problema in un'equazione che leghi i dati all'incognita;
  - V. risolvere l'equazione;
  - VI. controllare che la soluzione ottenuta sia esatta.
- 104.** È dato un segmento MN lungo 21. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP e il triangolo equilatero costruito su PN abbiano lo stesso perimetro. [ MP=9 ]
- 105.** È dato un segmento AB lungo 4. Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. determinare sul prolungamento di AB dalla parte di B un punto C in modo che il quadrato costruito su BC e il triangolo equilatero costruito su AC abbiano lo stesso perimetro;  
 b. scegliere C sul prolungamento di AB dalla parte di A ed interpretare geometricamente la soluzione dell'equazione. [ (a) BC=12 ]
- 106.** È dato un segmento MN lungo 24. Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. determinare su MN un punto P in modo che, costruiti i due triangoli equilateri MPQ e PNR, la differenza fra il perimetro di MPQ e il perimetro di PNR sia uguale al doppio di MN;  
 b. spiegare perché è indeterminato il problema seguente: determinare la posizione di P in modo che la somma dei perimetri dei due triangoli equilateri MPQ e PNR sia uguale al triplo di MN. [ (a) MP=20 ]
- 107.** È dato un segmento AB lungo 16. Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. determinare su AB un punto C in modo che, costruiti i due quadrati di lato AC e CB, la differenza fra il perimetro del primo quadrato e il perimetro del secondo sia uguale al triplo di AB;  
 b. spiegare perché è impossibile il problema seguente: determinare la posizione di C in modo che la somma dei perimetri dei due quadrati sia uguale al doppio di AB. [ (a) AC=14 ]
- 108.** Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha un angolo ampio  $30^\circ$  e perciò è la metà di un triangolo equilatero; sapendo che il cateto maggiore AB è lungo 86 e il perimetro è lungo 236, determinare le misure degli altri due lati. [ AC=50; BC=100 ]
- 109.** Determinare le misure delle basi di un trapezio ABCD, sapendo che la base maggiore AB supera di 3 la base minore CD, l'altezza è lunga 20 e l'area vale 150. [ CD=6, AB=9 ]
- 110.** È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 24 e il lato BC lungo 16. Determinare un punto P sul lato AD e un punto Q sul lato BC, in modo che BQ sia il doppio di AP e che valga 216 l'area del trapezio ABQP. [ AP=6, BQ=12 ]
- 111.** È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 42 e il lato BC lungo 26. Determinare un punto P sul lato CD, in modo che l'area del triangolo APD sia  $\frac{2}{5}$  dell'area del trapezio ABCP. [ DP=24 ]
- 112.** È dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 18 e il lato BC lungo 10. Determinare un punto P sul lato CD, in modo che la somma dei cateti del triangolo APD sia  $\frac{2}{5}$  della somma delle basi e dell'altezza del trapezio ABCP. [ DP=6 ]

- 113.** In un quadrato ABCD di area 900 si conduce una retta parallela al lato AB, che divide il quadrato in due rettangoli. A quale distanza dal lato AB si deve tracciare la retta, se si vuole che uno dei rettangoli abbia area tripla dell'altro? [ 22,5 ]
- 114.** È dato un trapezio ABCD con la base maggiore AB lunga 56 e la base minore CD lunga 34. Determinare un punto P su AB in modo che l'area del triangolo APD sia  $\frac{4}{5}$  dell'area del trapezio PBCD. [ AP=40 ]
- 115.** Un triangolo ABC è isoscele sulla base BC ed ha l'angolo al vertice quadruplo di ciascuno degli angoli alla base; calcolare l'ampiezza degli angoli del triangolo. [  $\hat{B}=\hat{C}=30^\circ$ ;  $\hat{A}=120^\circ$  ]
- 116.** Un triangolo ABC, rettangolo in A, ha un angolo acuto che è  $\frac{2}{3}$  dell'altro; calcolare l'ampiezza degli angoli acuti. [  $54^\circ$ ;  $36^\circ$  ]
- 117.** Un triangolo ABC ha l'angolo  $\hat{A}$  ampio  $48^\circ$  e l'angolo  $\hat{B}$  doppio dell'angolo  $\hat{C}$ ; calcolare l'ampiezza degli angoli  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ . [  $\hat{C}=44^\circ$ ;  $\hat{B}=88^\circ$  ]
- 118.** Un quadrangolo ABCD ha gli angoli  $\hat{A}$  e  $\hat{D}$  retti e l'angolo  $\hat{C}$  che è  $\frac{7}{5}$  dell'angolo  $\hat{B}$ ; determinare l'ampiezza degli angoli del quadrangolo. [  $\hat{C}=105^\circ$ ;  $\hat{B}=75^\circ$  ]
- 119.** Di un trapezio isoscele ABCD si sa che:  
 - è circoscritto ad una semicirconferenza;  
 - ha il perimetro lungo 110;  
 - la base minore CD è  $\frac{2}{5}$  del lato obliquo.  
 Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. spiegare perché il lato obliquo è la metà della base maggiore;  
 b. determinare i lati del trapezio. [ (b) BC=AD=25; AB=50; CD=10 ]
- 120.** Di un trapezio isoscele ABCD si sa che:  
 - è circoscritto ad una circonferenza;  
 - ha il lato obliquo lungo 10;  
 - la base minore CD è  $\frac{2}{3}$  della base maggiore.  
 Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. spiegare perché la somma delle due basi è uguale al doppio del lato obliquo;  
 b. determinare le basi del trapezio. [ (b) AB=12; CD=8 ]
- ### Problemi di geometria analitica
- 121.** Determinare l'ascissa del punto P in cui la retta  $r$  d'equazione  $y=-2x+\frac{1}{2}$  incontra l'asse delle  $x$ . Completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico della retta. [  $x=\frac{1}{4}$  ]
- 122.** Determinare l'ascissa del punto P in cui la retta  $r$  d'equazione  $y=\frac{1}{2}x-2$  incontra l'asse delle  $x$ . Completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico della retta. [  $x=4$  ]
- 123.** Il punto P ha ordinata  $-1$  ed è allineato con A(3;  $-2$ ) e con O(0; 0). Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. scrivere l'equazione della retta che passa per A e per O;  
 b. determinare l'ascissa di P;  
 c. disegnare la retta AO ed indicarci il punto P. [ (b)  $x=\frac{3}{2}$  ]

124. Il punto P ha ordinata  $-2$  ed è allineato con A(2; 5) e con B(0;  $-3$ ). Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. scrivere l'equazione della retta che passa per A e per B;  
 b. determinare l'ascissa di P;  
 c. disegnare la retta AB ed indicarci il punto P. [ (b)  $x = \frac{5}{4}$  ]
125. Sono dati il punto P( $-4$ ; 3) e la retta  $r$  d'equazione  $y = -3x + 5$ . Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. verificare che il punto P non appartiene alla retta  $r$ ;  
 b. modificare solo l'ascissa di P in modo da ottenere un punto Q che appartenga alla retta;  
 c. disegnare la retta  $r$  ed indicare i punti P e Q. [ (b)  $x = \frac{2}{3}$  ]
126. Sono dati il punto P( $-5$ ; 6) e la retta  $r$  d'equazione  $y = 4x - 3$ . Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. verificare che la retta  $r$  non passa per il punto P;  
 b. modificare solo la pendenza della retta in modo da ottenere una retta  $s$  che passi per P;  
 c. disegnare le rette  $r$  e  $s$  e indicare il punto P. [ (b)  $m = -\frac{9}{5}$  ]
127. Sono dati il punto P( $-3$ ; 8) e la retta  $r$  d'equazione  $y = -5x + 7$ . Risolvere i seguenti quesiti:  
 a. verificare che la retta  $r$  non passa per il punto P;  
 b. modificare solo il termine  $q$  della retta in modo da ottenere una retta  $s$  che passi per P;  
 c. disegnare le rette  $r$  e  $s$  e indicare il punto P. [ (b)  $q = -7$  ]
128. Scrivere l'equazione della retta  $s$  che soddisfa le seguenti condizioni:  
 - è parallela alla retta  $r$  d'equazione  $y = -4x + 9$  (e perciò ha pendenza  $-4$ );  
 - passa per il punto A( $-2$ ; 6) e perciò le coordinate del punto soddisfano l'equazione della retta.  
 Tracciare il grafico della retta ottenuta. [  $y = -4x - 2$  ]
129. Dopo aver risolto l'esercizio precedente, scrivere l'equazione della retta  $s$  che soddisfa le seguenti condizioni:  
 - è parallela alla retta  $r$  d'equazione  $y = \frac{3}{2}x - 1$ ;  
 - passa per il punto A( $-2$ ; 4).  
 Tracciare il grafico della retta ottenuta. [  $y = \frac{3}{2}x + 7$  ]
130. Scrivere l'equazione della retta  $s$  che soddisfa le seguenti condizioni:  
 - è perpendicolare alla retta  $r$  d'equazione  $y = \frac{1}{3}x - 2$  (e perciò ha pendenza  $-3$ );  
 - passa per il punto A(1; 0) e perciò le coordinate del punto soddisfano l'equazione della retta.  
 Tracciare il grafico della retta ottenuta. [  $y = -3x + 3$  ]
131. Dopo aver risolto l'esercizio precedente, scrivere l'equazione della retta  $s$  che soddisfa le seguenti condizioni:  
 - è perpendicolare alla retta  $r$  d'equazione  $y = \frac{3}{2}x - 1$ ;  
 - passa per il punto A(3; 5).  
 Tracciare il grafico della retta ottenuta. [  $y = -\frac{2}{3}x + 7$  ]

### Problemi di fisica

132. La luce si propaga nel vuoto seguendo la legge:  
 $s = vt$   
 Calcolare il tempo che impiega la luce del Sole ad arrivare sulla Terra, sapendo che:  
 - la distanza  $s$  fra la Terra e il Sole è di circa  $1,5 \cdot 10^8$  km;  
 - la luce viaggia alla velocità costante  $v$  di circa  $3 \cdot 10^8$  m/s. [  $t \approx 5 \cdot 10^2$  secondi ]

133. La luce si propaga nel vuoto seguendo la legge:  
 $s = vt$   
 La distanza  $s$  della stella Alfa della costellazione del Centauro è di circa  $10^{14}$  km; quanto tempo impiega la luce di questa stella ad arrivare sulla Terra?  
 [  $t \approx 3,3 \cdot 10^8$  secondi ]
134. Un corpo lanciato verso il basso, nelle vicinanze della Terra, si muove con una velocità che varia al variare del tempo secondo la legge:  
 $v = at + q$   
 dove si indica:  
 - con  $v$  la velocità del corpo;  
 - con  $t$  il tempo che trascorre;  
 - con  $a$  l'accelerazione di gravità, che sulla Terra vale circa  $9,8$  m/s<sup>2</sup>;  
 - con  $q$  la velocità iniziale del corpo.  
 Risolvere i seguenti problemi:  
 a. calcolare la velocità che raggiunge in 5 secondi un corpo lanciato con una velocità iniziale di 2 m/s;  
 b. qual è la velocità del corpo se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre? [ (a)  $v = 51$  m/s ]
135. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere i seguenti problemi:  
 a. calcolare quanto tempo impiega un corpo a raggiungere la velocità di 26,5 m/s se è lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale di 2 m/s;  
 b. qual è il tempo necessario se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre? [ (a)  $t = 2,5$  secondi ]
136. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere i seguenti problemi:  
 a. calcolare quale velocità iniziale bisogna imprimere ad un corpo lanciato verso il basso nelle vicinanze della Terra affinché raggiunga la velocità di 100 m/s in 8 secondi;  
 b. qual è la velocità iniziale necessaria se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre? [ (a)  $q = 21,6$  m/s ]
137. Dopo aver svolto l'esercizio 134, risolvere il seguente problema: un'astronave atterrata su un pianeta sconosciuto lancia un corpo verso il basso con una velocità iniziale di 2 m/s e, dopo 4 secondi, rileva la velocità del corpo che vale 42 m/s. Qual è l'accelerazione di gravità del pianeta? [  $a = 10$  m/s<sup>2</sup> ]
138. Quando un corpo viene lanciato verso l'alto, nelle vicinanze della Terra, si muove con una velocità che varia al variare del tempo secondo la legge:  
 $v = -at + q$   
 dove le lettere  $v$ ,  $a$ ,  $t$ ,  $q$  hanno lo stesso significato chiarito nell'esercizio 134. Risolvere i seguenti problemi:  
 a. un corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 49 m/s; quale velocità raggiunge il corpo dopo 5 secondi?  
 b. qual è la velocità del corpo se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre? [ (a)  $v = 0$  ]

139. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere i seguenti problemi:
- un corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 40 m/s; quanto tempo impiega il corpo a dimezzare la sua velocità?
  - quanto tempo impiega il corpo a dimezzare la sua velocità se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre?  
[ (a)  $t=2,04$  secondi ]
140. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere i seguenti problemi:
- calcolare quale velocità iniziale bisogna imprimere ad un corpo lanciato verso l'alto nelle vicinanze della Terra perché si fermi in 8 secondi;
  - qual è la velocità iniziale necessaria se il lancio avviene sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è  $\frac{1}{6}$  di quella terrestre?  
[ (a)  $q=78,4$  m/s ]
141. Dopo aver svolto l'esercizio 138, risolvere il seguente problema: un'astronave atterrata su un pianeta sconosciuto lancia un corpo verso l'alto con una velocità iniziale di 10 m/s e, dopo 4 secondi, rileva che il corpo si è fermato. Qual è l'accelerazione di gravità del pianeta?  
[  $a=2,5$  m/s<sup>2</sup> ]
142. Una sottile sbarretta, che inizialmente si trova alla temperatura di 0°, viene riscaldata e perciò si allunga; in tal caso la lunghezza della sbarretta varia secondo la legge della dilatazione termica lineare, che è la seguente:
- $$L'=L(1+\alpha T)$$
- dove si indica:
- con  $L'$  la lunghezza della sbarretta alla temperatura  $T$ ;
  - con  $L$  la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°;
  - con  $T$  la temperatura a cui viene portata la sbarretta;
  - con  $\alpha$  un coefficiente collegato alla scelta del materiale.
- Risolvere il seguente problema: una sbarra d'acciaio ( $\alpha=10^{-5}$ ) ha una lunghezza di 10 m alla temperatura di 0°; qual è la lunghezza della sbarra alla temperatura di 40°?  
[  $L'=10,004$  m ]
143. La stessa sbarra descritta nell'esercizio 142 è diventata lunga 10,005 m; qual è la temperatura della sbarra?  
[  $T=50^\circ$  ]
144. Dopo aver svolto l'esercizio 142, risolvere il seguente problema: una sbarra d'acciaio ( $\alpha=10^{-5}$ ) ha, alla temperatura di 30°, una lunghezza di 50,015 m; qual è la lunghezza della sbarretta alla temperatura di 0°?  
[  $L=50$  m ]
145. Dopo aver svolto l'esercizio 142, risolvere il seguente problema: un filo è lungo 80 m alla temperatura di 0° e 80,032 m alla temperatura di 20°; quanto vale il coefficiente  $\alpha$  della sostanza che costituisce il filo?  
[  $\alpha=2 \cdot 10^{-5}$  ]
146. L'intensità  $I$  della corrente che attraversa un filo conduttore di resistenza  $R$  varia al variare della tensione  $V$  ai capi del filo secondo la legge di Ohm, che è la seguente:
- $$V=RI$$
- Risolvere i seguenti quesiti:
- determinare la resistenza  $R$  del filamento di una lampadina che, collegato ad una tensione di 220 volt, è percorso da una corrente di 0,5 ampère;
  - determinare quale corrente passerebbe nello stesso filamento, se la tensione applicata fosse di 125 volt;
  - determinare quale tensione bisognerebbe applicare alla stessa lampadina per farci passare una corrente di 0,2 ampère. [ (a)  $R=440$ ; (b)  $I=0,28$ ; (c)  $V=88$  ]

## Problemi vari

147. Esaminare il seguente problema: un aereo ha dei serbatoi che contengono 5100 litri di carburante; calcolare l'autonomia di volo dell'aereo (cioè stabilire quanto tempo l'aereo potrà volare), sapendo che i consumi di carburante sono i seguenti: 200 litri per il decollo, 100 litri per l'atterraggio e 10 litri per ogni minuto di volo.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- indicato con  $m$  il numero massimo di minuti di volo, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:  
 $200m+100m+10=5100$                        $5100=200+100+10m$
  - risolvere l'equazione per determinare il tempo richiesto;
  - verificare che la soluzione trovata è corretta.
148. Esaminare il seguente problema: una giacca, scontata del 25%, viene venduta a 120 000 lire; quanto costava la giacca prima dello sconto?
- Risolvere i seguenti quesiti:
- indicato con  $p$  il prezzo della giacca prima dello sconto, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:  
 $p - \frac{25}{100}p = 120\,000$                        $120\,000 = p - \frac{25}{100}p$
  - risolvere l'equazione per determinare il prezzo richiesto;
  - verificare che la soluzione trovata è corretta.
149. Esaminare il seguente problema: per una gita scolastica gli alunni di una classe debbono pagare 24 000 lire ciascuno. Poche ore prima della partenza due alunni non possono partire e, quindi, il costo della gita deve essere ripartito solo fra gli effettivi partecipanti. L'organizzatore calcola che ogni partecipante deve aggiungere 2000 lire alla quota stabilita prima. Quanti sono in tutto gli alunni della classe?
- Risolvere i seguenti quesiti:
- indicato con  $n$  il numero di alunni della classe, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:  
 $(24000+2000)(n-2)=24000n$                        $2000n-2=24000n$
  - risolvere l'equazione per determinare il numero richiesto;
  - verificare che la soluzione trovata è corretta.
150. Esaminare il seguente problema: viene acquistato un appartamento pagandolo in tre rate, che vengono così distribuite:
- si paga subito  $\frac{1}{5}$  del prezzo;
  - dopo sei mesi si paga  $\frac{2}{3}$  di quanto rimane da pagare;
  - dopo un anno si versano 32 milioni, concludendo così il pagamento.
- Qual era il prezzo in milioni dell'appartamento?
- Risolvere i seguenti quesiti:
- indicato con  $p$  il prezzo dell'appartamento, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:  
 $\frac{1}{5}p + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}p + 32 = p$                        $\frac{1}{5}p + \frac{2}{3} \left( p - \frac{1}{5}p \right) + 32 = p$
  - risolvere l'equazione per determinare il numero richiesto;
  - verificare che la soluzione trovata è corretta.

151. Esaminare il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle decine che supera di due la cifra delle unità; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che è  $\frac{4}{7}$  di quello dato.

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. indicata con  $u$  la cifra delle unità, scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$$[(u+2) \cdot 10 + u] \cdot \frac{4}{7} = u \cdot 10 + u + 2 \quad u + 2 \cdot 10 + u \cdot \frac{4}{7} = u \cdot 10 + u + 2$$

- b. risolvere l'equazione per determinare la cifra  $u$  e, quindi, il numero descritto;  
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

152. Spiegare perché è indeterminato il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle unità che supera di tre la cifra  $d$  delle decine; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che supera di 27 quello dato; qual è il numero?

153. Spiegare perché è impossibile il seguente problema: un numero di due cifre ha la cifra delle unità che supera di 1 la cifra  $d$  delle decine; invertendo l'ordine delle cifre si ottiene un numero che è uguale a  $\frac{1}{3}$  di quello dato; qual è il numero?

154. Esaminare il seguente problema: determinare la base  $n$  di un sistema di numerazione in modo che risulti:

$$42_5 = 31_n$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. scegliere fra le seguenti equazioni quella che descrive correttamente il problema, motivando la scelta:

$$42 \cdot 5 = 31 \cdot n \quad 4 \cdot 5 + 2 = 3 \cdot n + 1$$

- b. risolvere l'equazione per determinare la base  $n$  e, quindi, il numero richiesto;  
c. verificare che la soluzione trovata è corretta.

155. Determinare le basi  $a, b, c$  in modo che risulti:

$$12_3 = 11_a \quad 13_4 = 12_b \quad 14_5 = 13_c$$

Si vede qualche regolarità nei risultati?

Proporre qualche altro problema dello stesso tipo.

156. Determinare le basi  $a, b, c$  in modo che risulti:

$$12_5 = 21_a \quad 23_7 = 32_b \quad 34_9 = 43_c$$

Si vede qualche regolarità nei risultati?

Proporre qualche altro problema dello stesso tipo.

### Problemi antichi

157. *Problema tratto dal Papyrus Rhind (Egitto, ca. 1650 a.C.).*  
Un mucchio di pietre più un ottavo dello stesso mucchio, più la metà dello stesso mucchio conduce ad un risultato di 169 pietre; quante pietre contiene il mucchio? [ 104 ]

158. *Problema tratto da un'antologia greca del VI secolo d.C.*  
Per mezzo dell'arte aritmetica Diofanto (matematico greco del III secolo d.C.) insegna la misura della sua vita. Dio gli concesse la fanciullezza per un sesto della sua vita; dopo un altro dodicesimo la barba coprì le sue guance; dopo un settimo della sua vita accese la fiaccola nuziale, e cinque anni dopo il matrimonio ebbe un figlio. Ahimè! il misero fanciullo, pur tanto amato, avendo appena raggiunto la metà degli anni di vita del padre, morì. Quattro anni ancora, mitigando il proprio dolore con la scienza dei numeri, visse Diofanto fino a raggiungere il termine della sua vita. Quanti anni visse Diofanto? [ 84 ]

159. *Problema tratto da un'antologia greca del VI secolo d.C.*  
Quante mele servono per sei persone, sapendo che le prime quattro ricevono, rispettivamente, un terzo, un ottavo, un quarto e un quinto del totale, che la quinta persona riceverà dieci mele e resterà una mela per la sesta persona? [ 120 ]

160. *Problema tratto da un testo indiano dell'VIII secolo d.C.*  
Di un mazzo di fiori di loto, un terzo; un quinto e un sesto furono rispettivamente offerti agli dei Siva e Visnu e al Sole; un quarto fu dato a Bhavani ed i restanti sei fiori al venerabile precettore. Qual era il numero dei fiori? [ 120 ]

161. *Problema tratto da un testo indiano dell'VIII secolo d.C.*  
Una collana si ruppe durante una battaglia d'amore. Un terzo delle perle cadde sul terreno, un quinto restò sul letto, un sesto fu trovato dalla giovane donna e un decimo fu recuperato dal suo amante, sei perle rimasero sul filo. Di quante perle si componeva la collana? [ 30 ]

162. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*  
L'onnipotente, invincibile serpente nero ha ottanta spire quando comincia ad entrare in un buco. La sua velocità per entrare è di sette spire e mezzo in cinque quattordicesimi di giorno. Durante questo tempo la sua coda si allunga di undici quarti di spira ogni quarto di giorno. Dopo quanti giorni il serpente sarà entrato completamente nel buco? [ 8 ]

163. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*  
Un mercante paga in natura dei diritti sulla merce che trasporta. In un primo paese dà un terzo della merce, in un secondo paese dà un quarto di ciò che resta, in un terzo paese dà un quinto di ciò che ancora rimane; così ha pagato in tutto 24 unità di merce. Qual era la quantità iniziale di merce? [ 40 ]

164. *Problema tratto da un testo indù del XII secolo*  
Il re prende un sesto da un cesto di frutta, la regina ne prende un quinto della restante parte; i tre primi principi un quarto, un terzo e la metà della restante parte ed il quarto principe prende i tre frutti che rimangono. Qual è il numero dei frutti e la parte toccata a ciascuno? [ 18 frutti e ognuno ne prende 3 ]

165. *Problema tratto da un testo matematico europeo del XVI secolo*  
Un mercante va a tre fiere. Alla prima raddoppia il suo denaro e spende 30 soldi, alla seconda triplica il suo denaro e spende 54 soldi, alla terza triplica il suo denaro e spende 72 soldi; gli restano allora 48 soldi. Quanto denaro possedeva in partenza? [ 29 soldi ]

166. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*  
Per incoraggiare il figlio a studiare l'aritmetica, un padre dà al ragazzo 8 soldi per ogni problema risolto correttamente, ma si riprende 5 soldi per ogni problema sbagliato. Dopo 26 problemi il figlio non ha né guadagnato, né perso; quanti problemi ha risolto correttamente il ragazzo? [ 10 ]

167. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*  
Se dessi 7 soldi ad ogni mendicante davanti alla porta, mi resterebbero 24 soldi; invece, se ne volessi dare 8 a ciascuno, me ne mancherebbero 4. Quanti mendicanti ci sono? Quanti soldi ho? [ 28 mendicanti e 220 soldi ]

168. *Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo*  
Si sono promessi 100 franchi ed un mantello come salario annuale ad un domestico. Dopo 7 mesi il domestico lascia il suo servizio e riceve in pagamento il mantello e 20 franchi. Quanto vale il mantello? [ 92 franchi ]