Grafico di funzioni del tipo $y = ax^2$

Bruna Cavallaro, 2024

Realtà e scienze suggeriscono varie situazioni da esaminare

Ecco un primo esempio suggerito dalla realtà.

Come valuto la distanza di sicurezza quando vado in moto?

Per rispondere valuto lo *spazio di frenata*.

Lo spazio di frenata

Lo spazio di frenata **è la distanza *d* che percorro da quando comincio a frenare fino a quando mi fermo.**

La distanza *d* dipende da tanti fattori, ad esempio dalle condizioni della strada e dei freni, ma una condizione è sempre molto importante: la velocità *v* della moto.

Un modello semplificato dà le seguenti leggi:

- **Su strada asfaltata e asciutta $d = 0{,}005v^2$**
- **Su strada asfaltata e bagnata $d = 0{,}01v^2$**

Spazio di frenata e velocità

Una tabella per avere delle indicazioni.

v	$d = 0{,}005v^2$	$d = 0{,}01v^2$
20	$0{,}005 \times 20^2 = 2$	$0{,}01 \times 20^2 = 4$
40 $= 20 \times 2$	$0{,}005 \times 40^2 = 8 = 2 \times 4$	$0{,}01 \times 40^2 = 16 = 4 \times 4$
60 $= 20 \times 3$	$0{,}005 \times 60^2 = 18 = 2 \times 9$	$0{,}01 \times 60^2 = 36 = 4 \times 9$

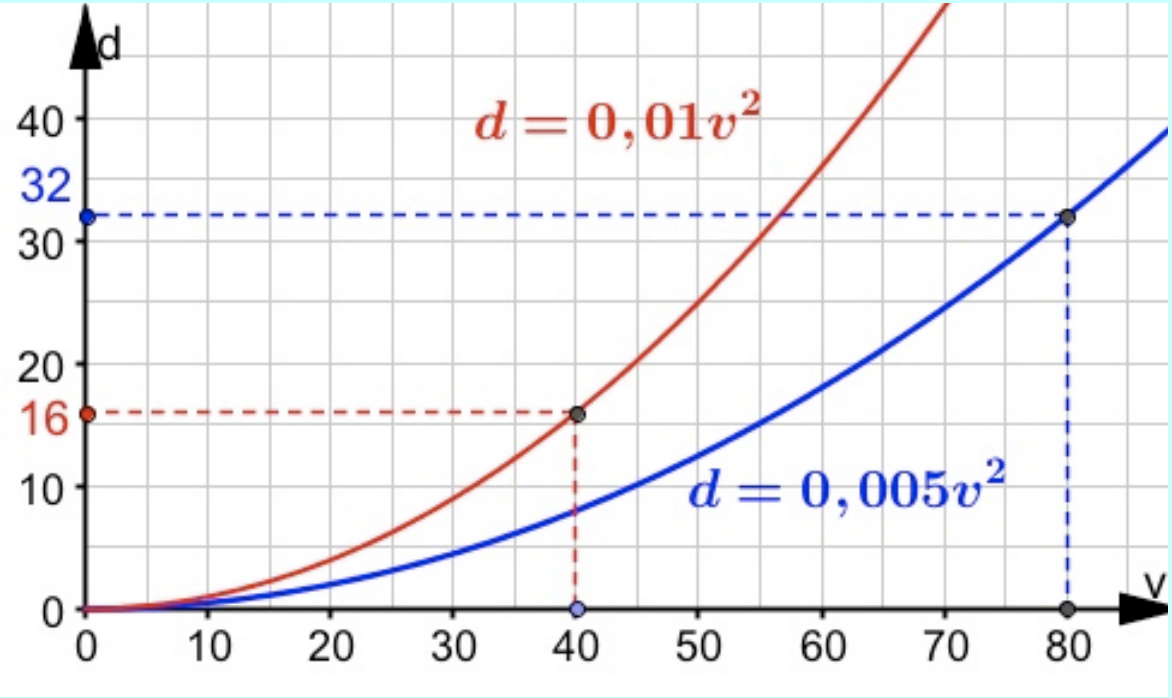
Prime indicazioni

- **Se la velocità *v* raddoppia, lo spazio di frenata *d* non raddoppia, ma diventa 4 volte.**
- **Se la velocità *v* triplica, lo spazio di frenata *d* diventa 9 volte.**

Attenzione alla velocità, specialmente se la strada è bagnata!

Un grafico per risolvere un problema

Procedo a bassa velocità su una strada asfaltata bagnata. Finalmente trovo la strada asciutta; se ora raddoppio la velocità, mantengo lo stesso spazio di frenata?

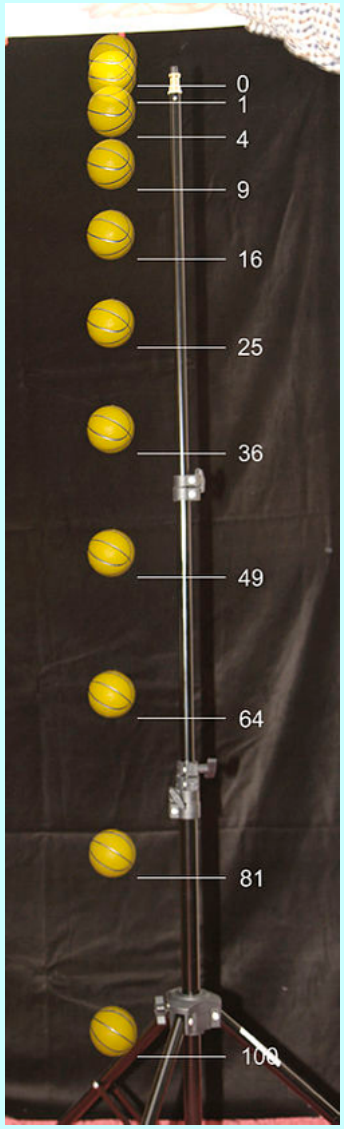


Il grafico risponde no!

Una legge suggerita dalla fisica

Un esempio suggerito dalla fisica. Una pallina in caduta libera vicino alla Terra percorre una distanza *d* che è legata al tempo *t* dalla legge

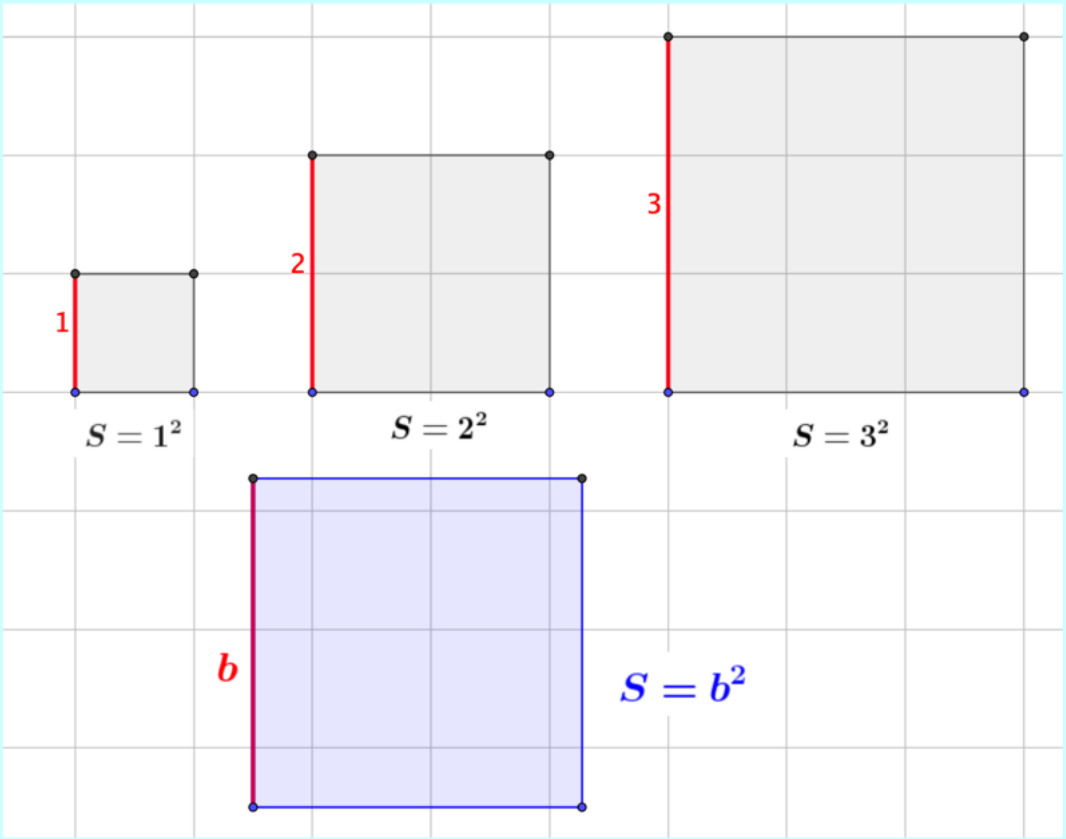
$$d = 4{,}9\ t^2$$



Una legge suggerita dalla geometria

Un esempio suggerito dalla geometria.
Quadrati con il lato lungo b hanno l'area *S* legata al lato b dalla legge

$$S = b^2$$



Bruna Cavallaro, 2024

Realtà e scienze

Geometria analitica

Spazio *d* di frenata, con velocità v

$d = 0{,}01v^2$

Distanza *d* percorsa in caduta libera, al variare del tempo *t*

$d = 4{,}9t^2$

Area *S* di quadrati con lato lungo b

$S = h^2$

.....

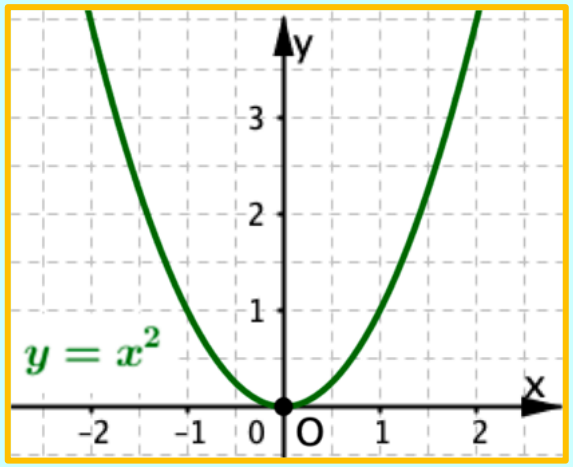
Funzioni del tipo

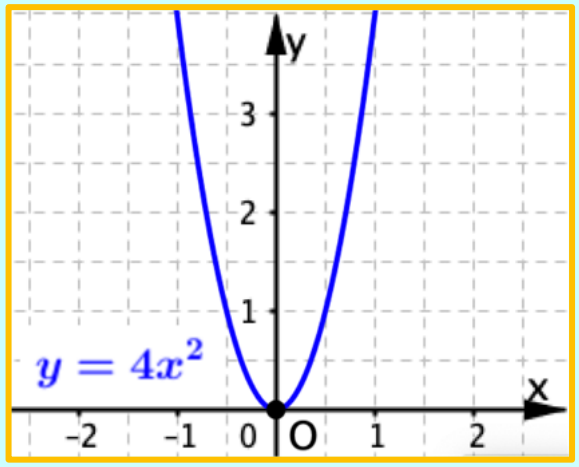
$y = ax^2$

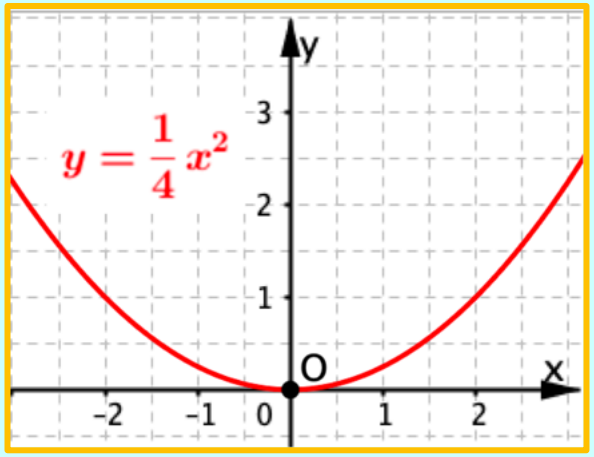
con *x* e *y* variabili reali

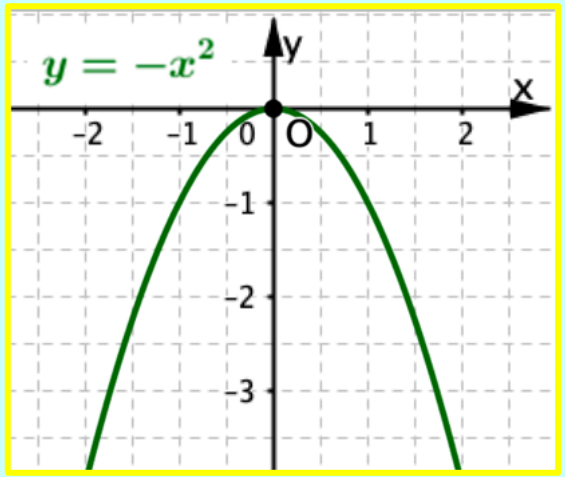
Bruna Cavallaro, 2024

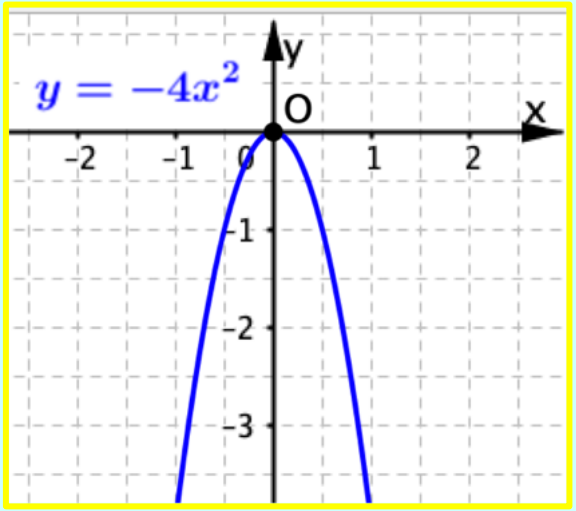
Grafici di funzioni del tipo $y = ax^2$

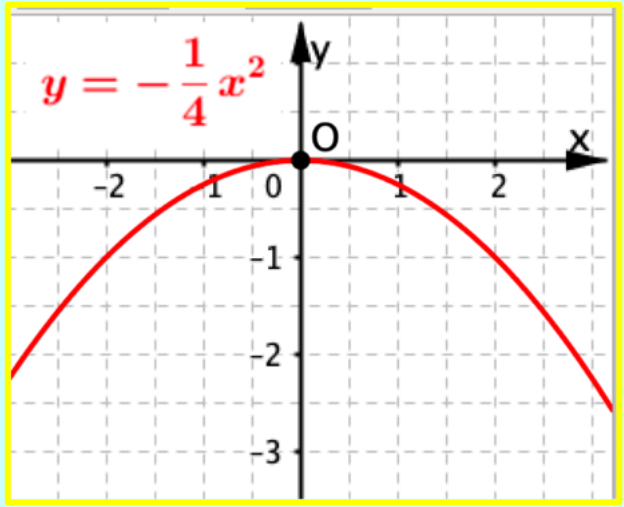






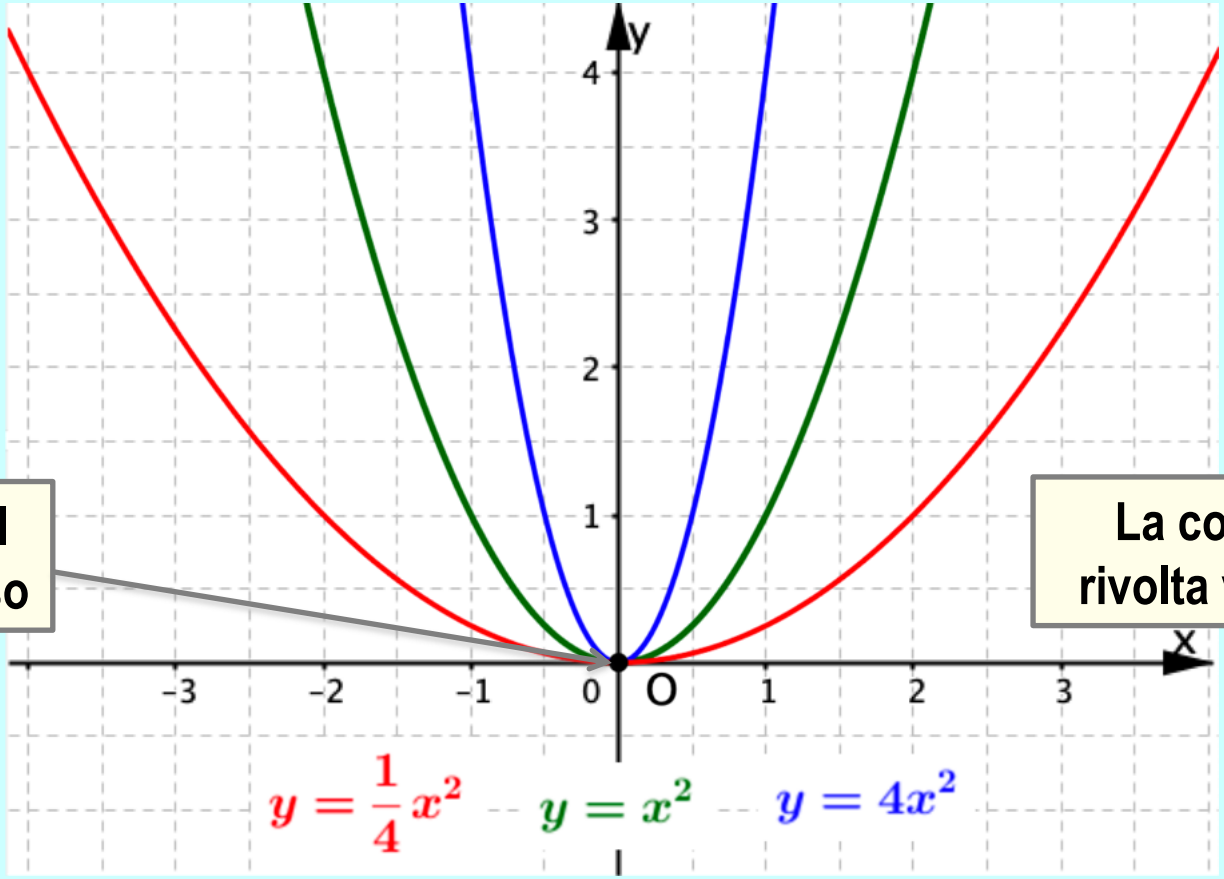






Le curve ottenute sono tutte parabole con equazione $y = ax^2$

Grafici di $y = ax^2$ con a positivo

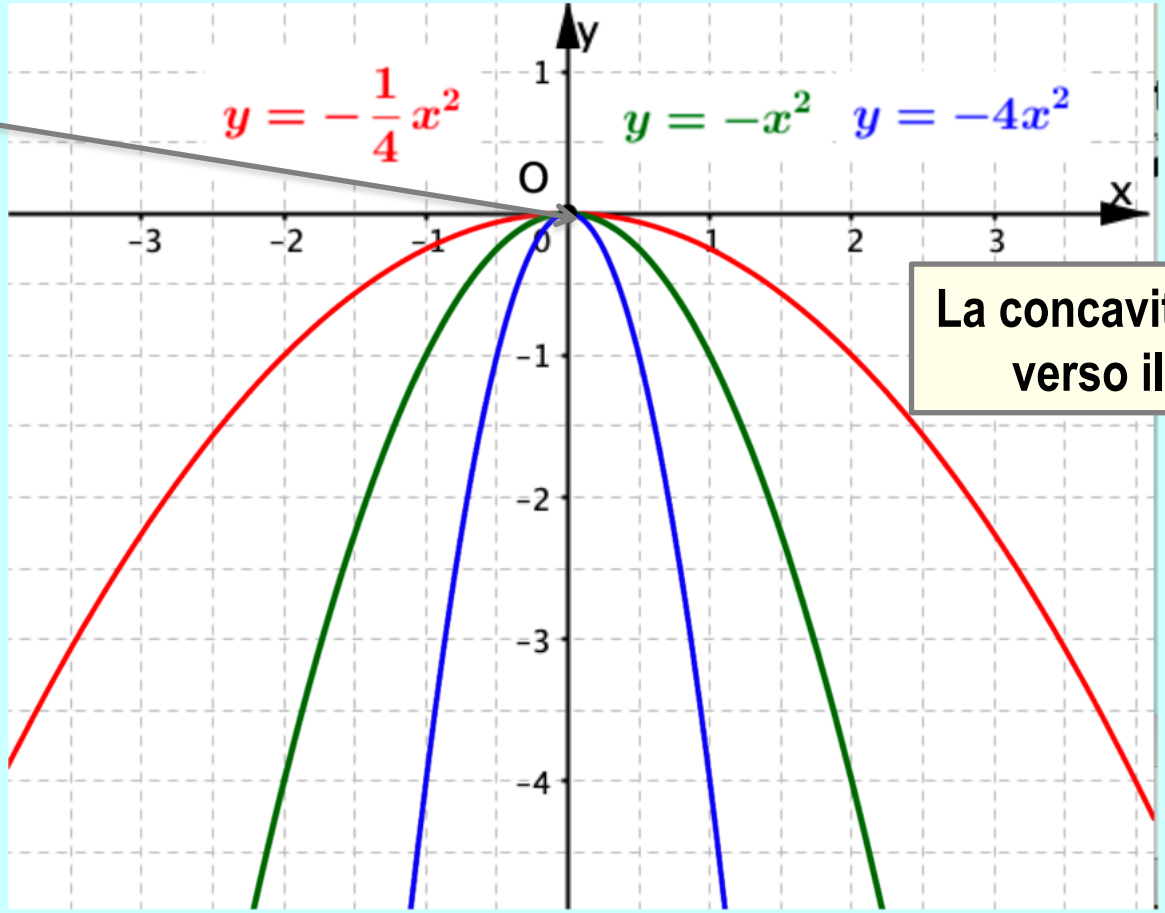


Il vertice O è il punto più basso

La concavità è rivolta verso l'alto

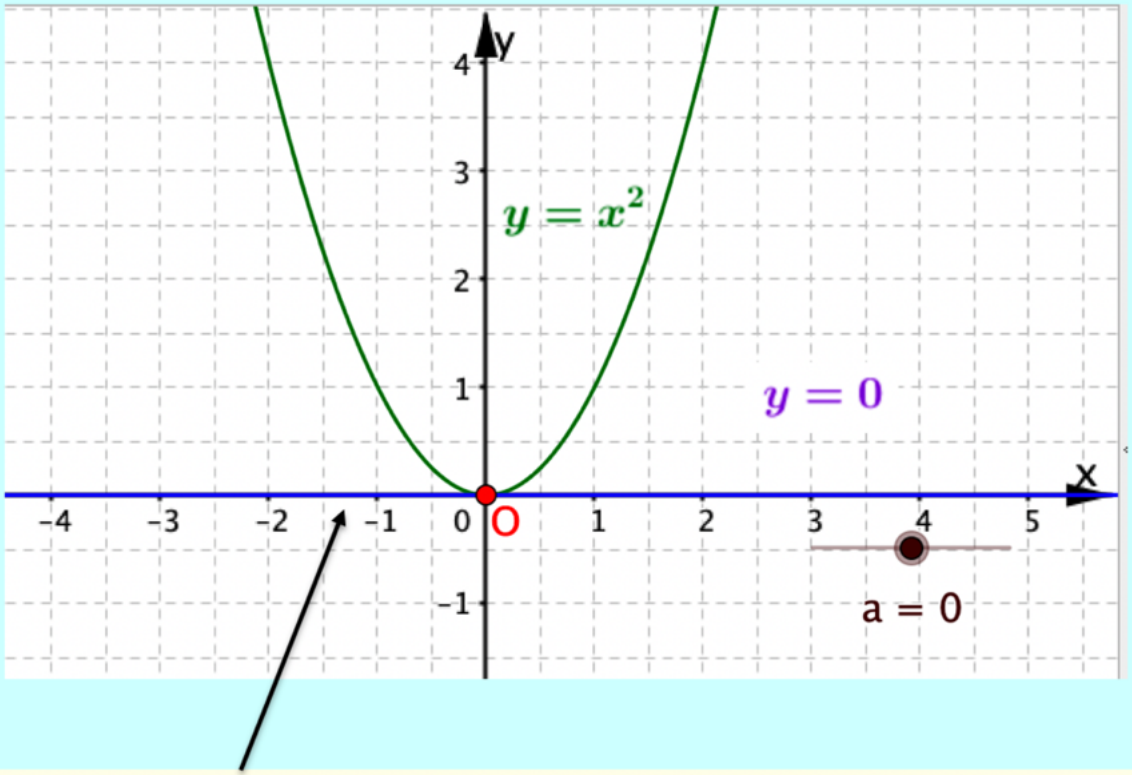
Grafici di $y = ax^2$ con a negativo

Il vertice O è il punto più alto



La concavità è rivolta verso il basso

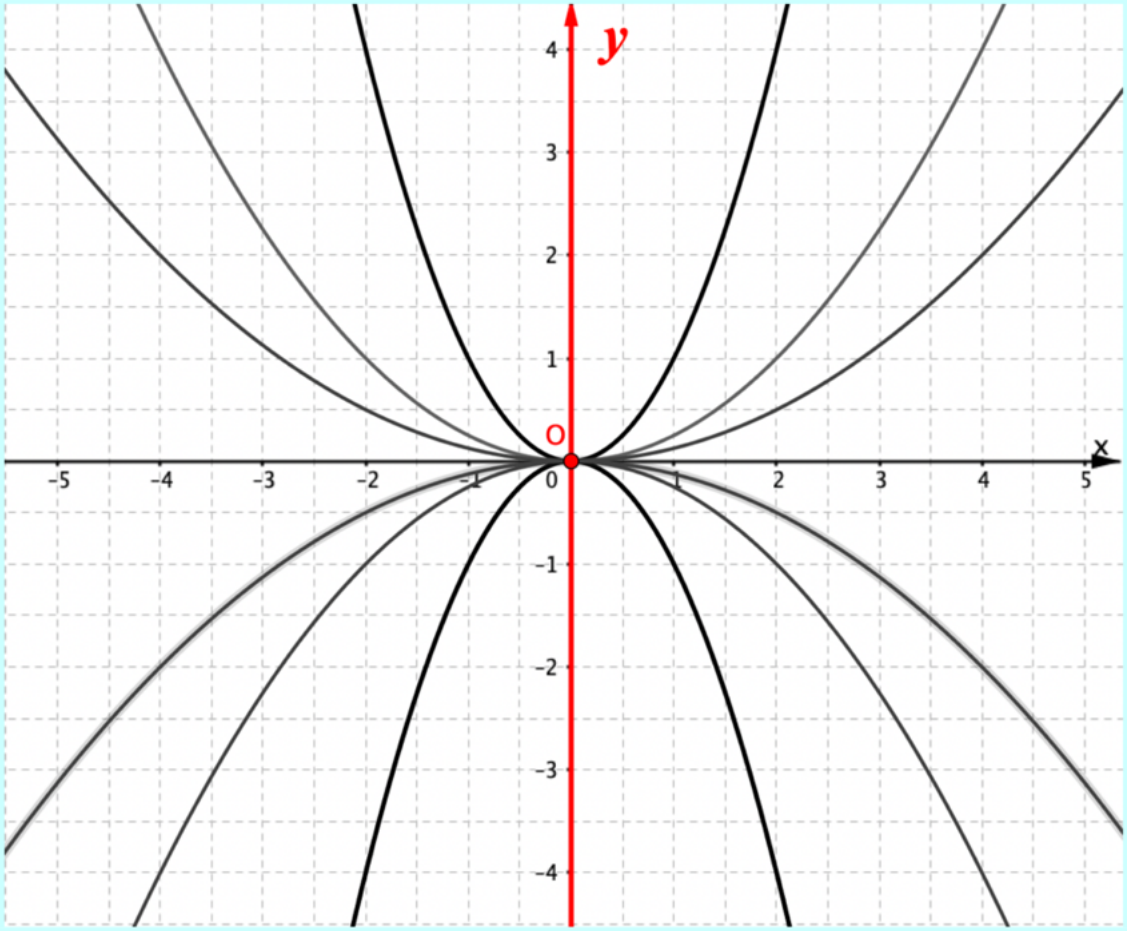
Grafico di $y = ax^2$ con a = 0



- **Funzione $y = 0x^2 \longleftrightarrow y = 0$**
- **Il grafico coincide con l'asse delle x**

Che cosa rimane fisso in tutte le parabole?

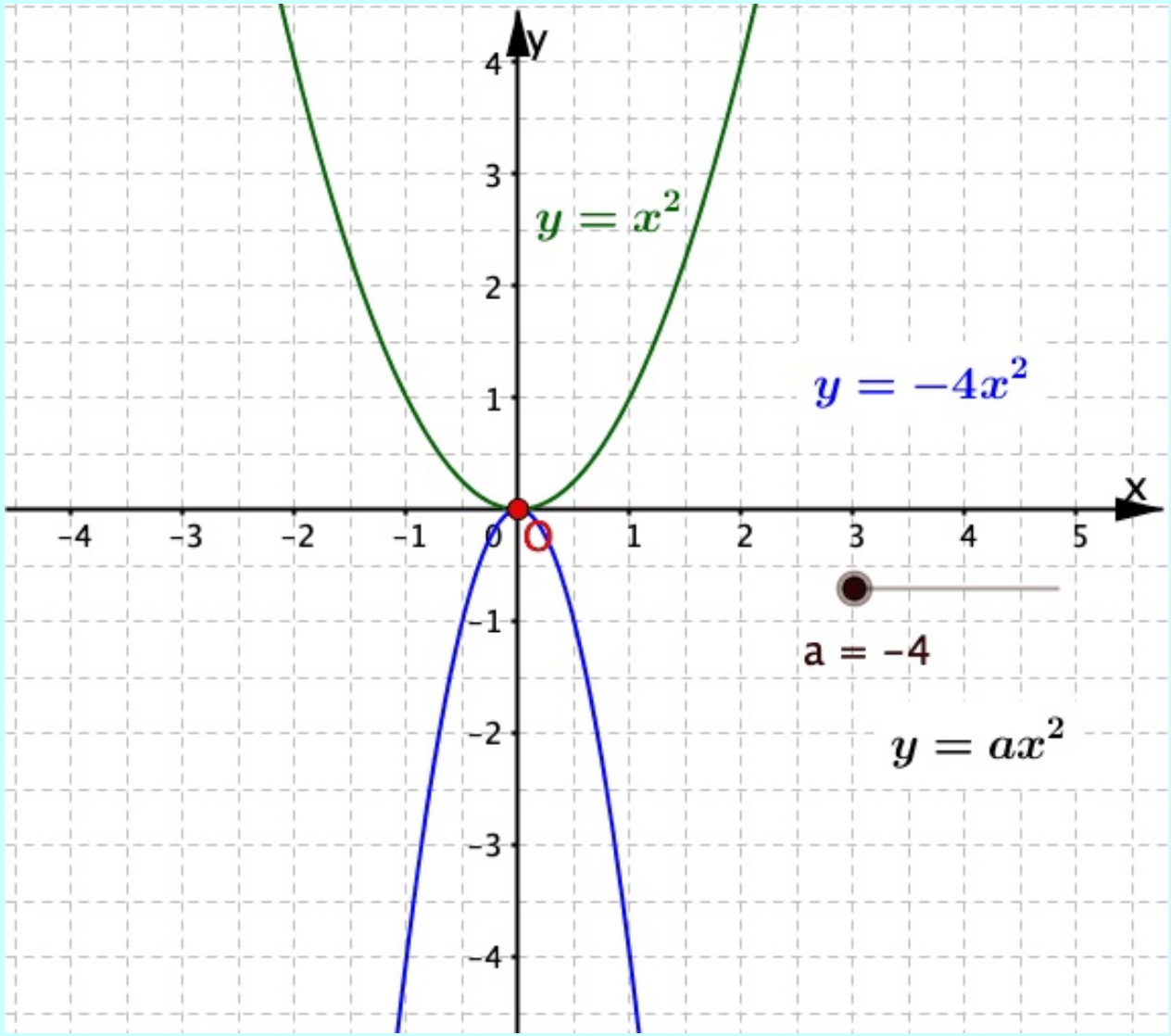
L'asse delle *y*
Asse di simmetria



O(0, 0)
Vertice

Tutte grafici di funzioni del tipo $y = ax^2$

Osservare parabole in movimento



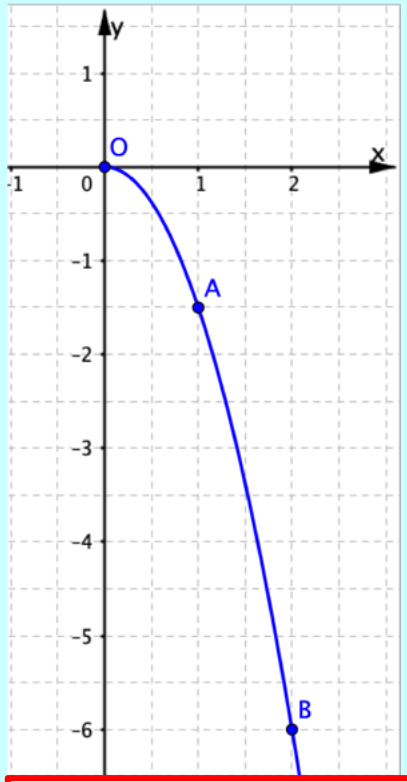
Come disegnare parabole con carta e penna

ESEMPIO

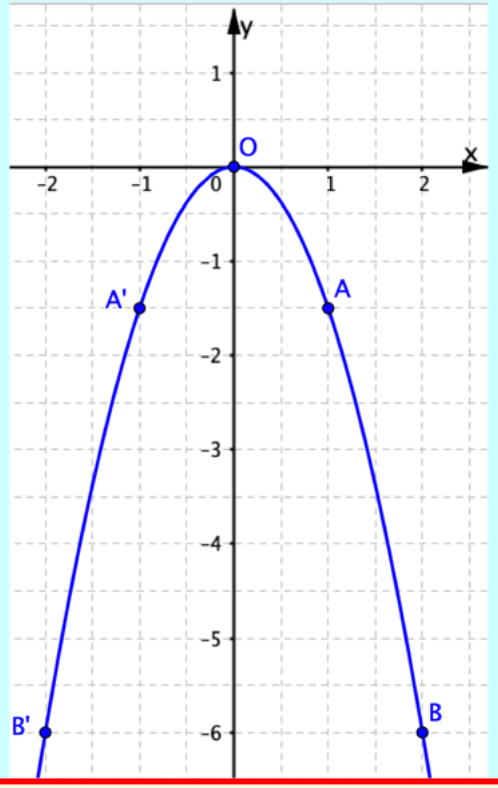
$$y = -\frac{3}{2}x^2$$

x	$y = -\frac{3}{2}x^2$	Punti
0	$y = -\frac{3}{2}\cdot 0^2 = 0$	**Vertice** $O\,(0,0)$
1	$y = -\frac{3}{2}\cdot 1^2 = -\frac{3}{2}$	$A\left(1,-\frac{3}{2}\right)$
2	$y = -\frac{3}{2}\cdot 2^2 = -6$	$B\,(2,-6)$

Trovo due punti A e B della curva a destra dell'asse di simmetria



Disegno l'arco OAB



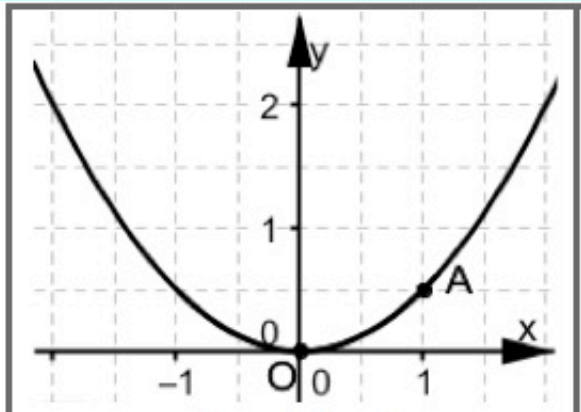
Disegno l'arco OA'B' simmetrico dii OAB rispetto all'asse y

Attività

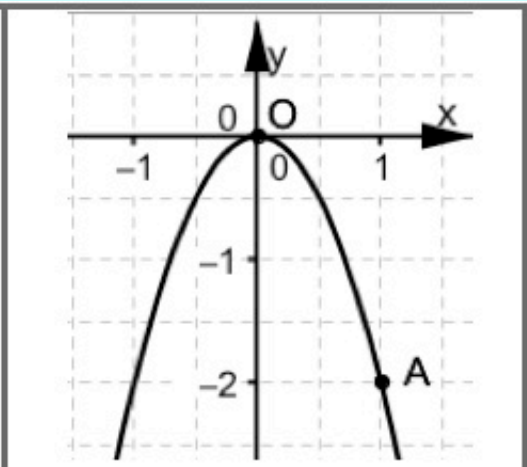
Completa la scheda per lavorare con funzioni del tipo $y = ax^2$

Che cosa hai trovato

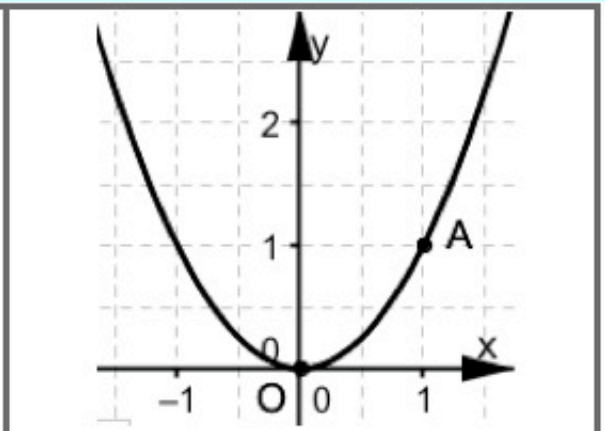
Quesito 1



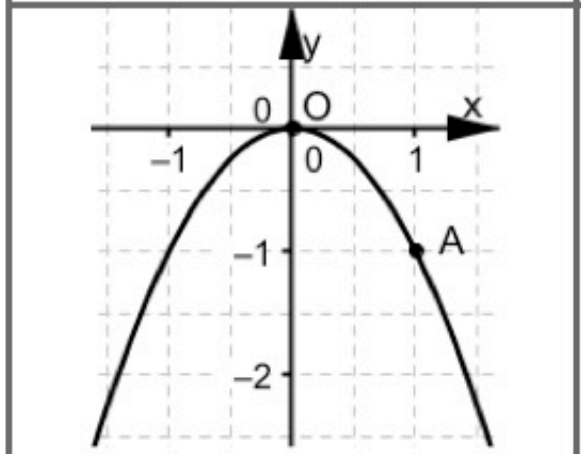
$y = \frac{1}{2}x^2$



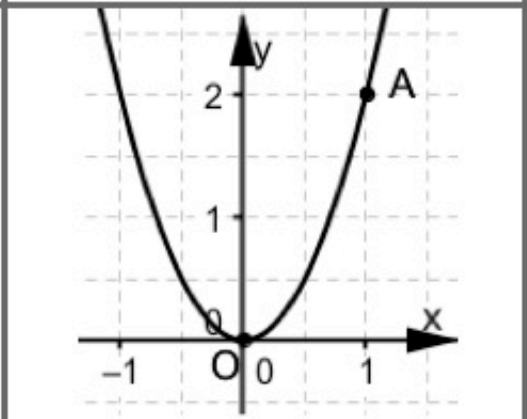
$y = -2x^2$



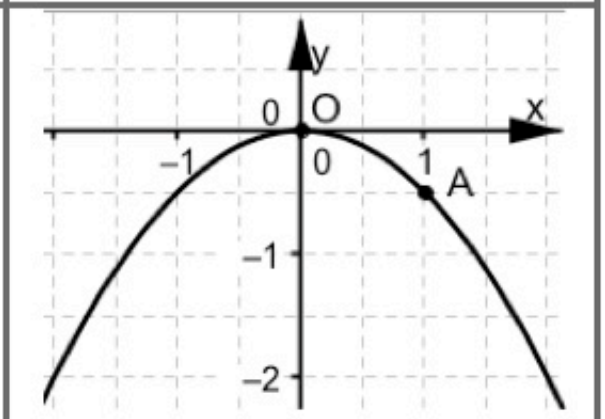
$y = x^2$



$y = -x^2$



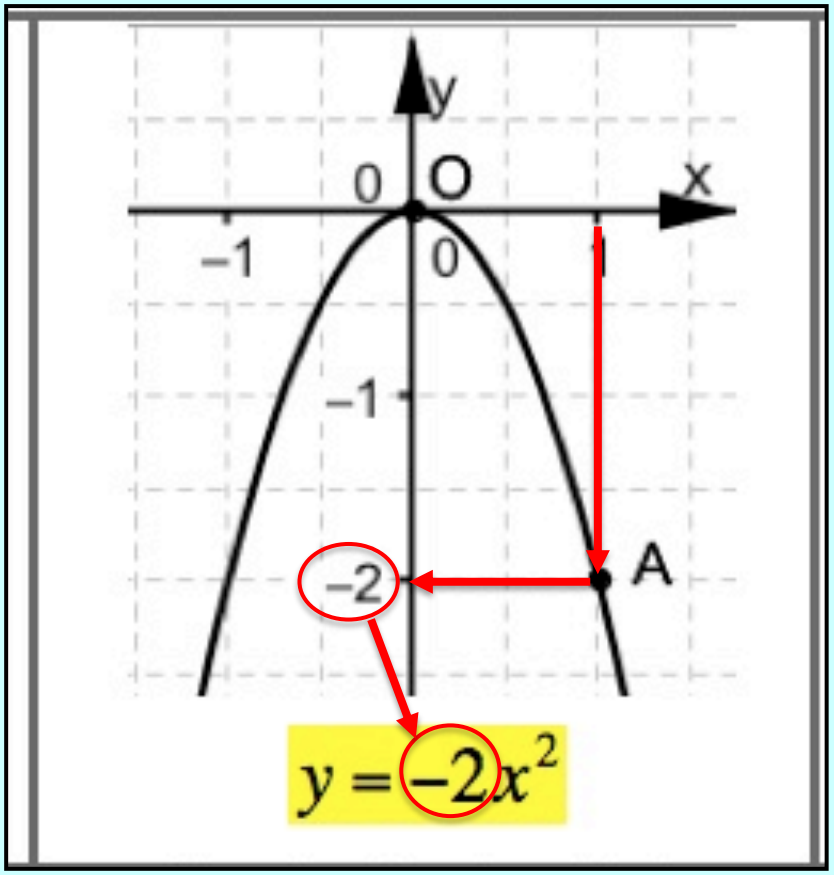
$y = 2x^2$



$y = -\frac{1}{2}x^2$

Quesito 1

Per rispondere rapidamente



x	$y = ax^2$
1	a

Punto $A(1, a)$

Quesito 2

Affermazione	V/F
Tutte le parabole d'equazione $y = ax^2$ hanno il vertice **O (0, 0)**	V
Tutte le parabole d'equazione $y = ax^2$ hanno l'asse di simmetria d'equazione $y = 0$. [x = 0]	F
Per tutte le parabole d'equazione $y = ax^2$ il vertice è il punto più basso. [Solo se a > 0]	F
Solo se $a > 0$ una parabola d'equazione $y = ax^2$ rivolge la concavità verso l'alto	V
Solo se $a < 1$ una parabola d'equazione $y = ax^2$ è 'più larga' della curva d'equazione $y = x^2$. [Solo se 0 < a < 1]	F
Se $a = 0$, la parabola va a coincidere con l'asse delle x.	V

Bruna Cavallaro, 2024

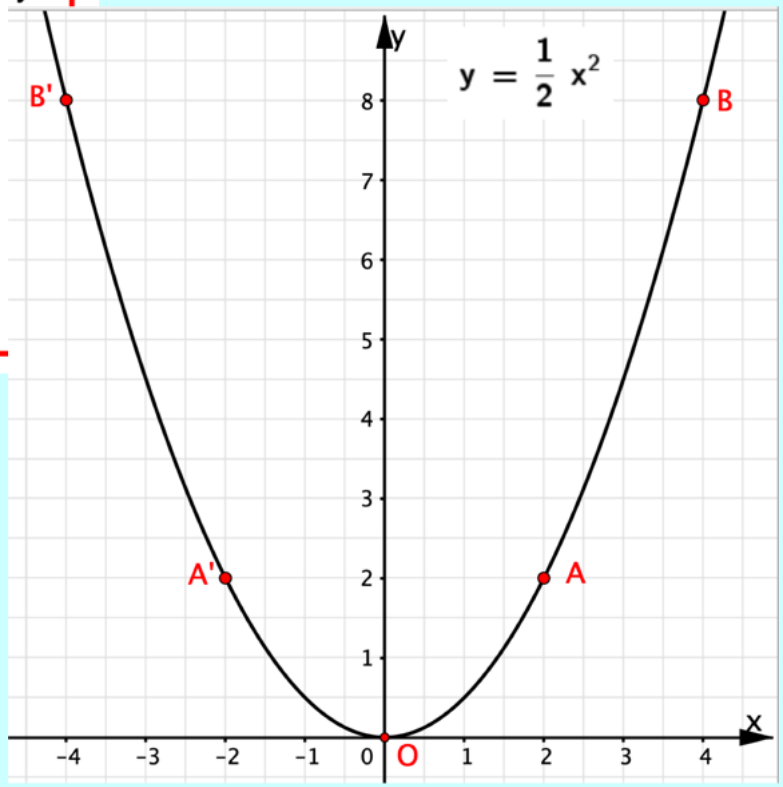
Quesito 3

3. Completa il procedimento per tracciare il grafico di $y = \frac{1}{2}x^2$

Equazione

Procedimento per tracciare il grafico

- *Il vertice è* **O** *e l'asse di simmetria è* l'asse delle *y*.
- *Compila la tabella per trovare i punti* ***A*** *e* ***B*** *a destra dell'asse y.*

x	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2}2^2 = 2$	$\frac{1}{2}4^2 = 8$

- *Indica nella figura i punti* ***A*** *e* ***B.***
- *Disegna un arco di parabola che raccorda i punti* ***O, A, B****.*
- *Disegna l'arco* ***OA'B'****, simmetrico di* ***OAB*** *rispetto all'asse y.*